LEVELUP

מתמטיקה בחוויה אחרת ÷ √ × π

מתמטיקה לחטיבת הביניים

מחברת מתמטיקה

כיתה ט'

כל נושאי תוכנית הלימודים – תרגול מדורג לכל נושא, תשובות סופיות,
סרטוני הסבר מהערוץ והמחשות אינטראקטיביות

625	19	17	56
תרגילים	נושאים	פרקים	ברקודים

אילון פרץ · LevelUp

levelupmath.co.il · YouTube · 050-5100170 💬

תוכן העניינים

1 טכניקה אלגברית
1.1 חוק הפילוג המורחב וכפל מקוצר 36
1.2 הוצאת גורם משותף וטרינום 34

2 שברים אלגבריים
2.1 צמצום, כפל וחילוק 33

3 משוואה ריבועית
3.1 פירוק לגורמים ונוסחת השורשים 34

4 הפרבולה
4.1 גרף, הזזות וייצוגים 32

5 אי-שוויונות ריבועיים
5.1 אי-שוויון ריבועי 32

6 משוואות עם נעלם במכנה
6.1 תחום הצבה ופתרונות פסולים 33

7 מערכות עם משוואה ממעלה שנייה
7.1 פתרון אלגברי ומשמעות גרפית 31

8 תכונות פונקציה
8.1 חיתוכים, חיוביות, קיצון, עלייה וירידה, הזזות 33

9 חוקי חזקות ושורשים
9.1 חוקי חזקות ושורשים 37

10 בעיות מילוליות
10.1 גיאומטריות, תנועה ואחוזים 30

11 הסתברות
11.1 משלים, ניסוי דו-שלבי, טבלה ועץ 33

12 דלתון
12.1 דלתון – תכונות, זוויות, אלכסונים ומערכת צירים 35

13 משולש שווה שוקיים ומשולש 30-60-90
13.1 שווה שוקיים, צלעות וזוויות, ומשולש 30-60-90 34

14 ישרים מקבילים וטרפז
14.1 ישרים מקבילים, טרפז וטרפז שווה שוקיים 33

15 מרובעים – מקבילית, מלבן, מעוין וריבוע
15.1 מקבילית 30
15.2 מלבן, מעוין וריבוע 32

16 התיכון ליתר
16.1 התיכון ליתר והמשפט ההפוך 31

17 דמיון משולשים ויחס שטחים
17.1 דמיון משולשים ויחס שטחים 32

💡 לחיצה על שם נושא מעבירה ישר אליו · כל ברקוד בחוברת גם לחיץ

פרק 1

טכניקה אלגברית

פתיחת סוגריים, נוסחאות הכפל המקוצר ופירוק לגורמים – הכלים שכל כיתה ט' צריכה

📌 סיכומון הפרק – כל הנוסחאות והכללים בעמוד אחד ←

1.1 חוק הפילוג המורחב וכפל מקוצר — 36 תרגילים

1.2 הוצאת גורם משותף וטרינום — 34 תרגילים

סרטוני הסבר מהערוץ – סרקו וצפו

כל הנושאים במתמטיקה לכיתה ט'
YouTube · 7:10

נוסחאות הכפל המקוצר - למתקדמים
YouTube · 15:04

הוצאת גורם משותף
YouTube · 9:53

1.1 חוק הפילוג המורחב וכפל מקוצר

$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$. כפל מקוצר: $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$,
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$, $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$.

צפו לפני שמתחילים:



נוסחאות הכפל המקוצר - למתקדמים
YouTube · 15:04



חוקי חזקות לכיתה ז'
YouTube · 8:09

1. פתחו סוגריים ופשטו: $(x+3)(x+5)$.
2. פתחו סוגריים ופשטו: $(x-4)(x+7)$.
3. פתחו סוגריים ופשטו: $(2x+1)(x-3)$.
4. פתחו סוגריים ופשטו: $(3a-2)(2a-5)$.
5. פתחו סוגריים ופשטו: $(x+2)(x^2-x+3)$.
6. פשטו: $(x-3)(x+2)-(x-1)(x+4)$.
7. פתחו לפי נוסחאות הכפל המקוצר: $(x+5)^2$.
8. פתחו לפי נוסחאות הכפל המקוצר: $(x-6)^2$.
9. פתחו לפי נוסחאות הכפל המקוצר: $(2x+3)^2$.
10. פתחו לפי נוסחאות הכפל המקוצר: $(3a-4b)^2$.
11. פתחו לפי נוסחת הפרש ריבועים: $(x-9)(x+9)$.
12. פתחו לפי נוסחת הפרש ריבועים: $(5a+2)(5a-2)$.

13 פשטו: $(x+3)^2-(x-3)^2$.

14 פשטו: $(2x-1)^2-(2x+1)(2x-1)$.

15 השלימו את הביטוי החסר: $(x+\square)^2=x^2+14x+\square$.

16 השלימו: $(\square-5)^2=9a^2-\square+25$.

17 חשבו בעזרת כפל מקוצר, בלי מחשבון: 51^2.

18 חשבו בעזרת כפל מקוצר: $101\cdot 99$.

19 חשבו בעזרת כפל מקוצר: 38^2-12^2.

20 פתרו את המשוואה: $(x+3)^2=x^2+21$.

21 פתרו את המשוואה: $(x-2)(x+5)=x^2+6$.

22 פתרו את המשוואה: $(2x+1)^2-(2x-1)^2=24$.

23 פתרו את המשוואה: $(x-2)^2=(x+4)(x-4)$.

24 צלע של ריבוע היא $x+3$. כתבו ביטוי פתוח לשטח הריבוע.

25 אורך מלבן $2x+5$ ורוחבו $x-1$. כתבו ביטוי פתוח לשטח המלבן.

26 צלע ריבוע הגדילו ב-2 ס"מ, והשטח גדל ב-24 סמ"ר. מצאו את אורך הצלע המקורית.

27 מאריכים מלבן שמידותיו x ו-$x+4$: את האורך ב-3 ואת הרוחב ב-1. בכמה גדל השטח (ביטוי)?

28 הראו שהביטוי $(n+1)^2-n^2$ תמיד אי-זוגי עבור n שלם.

29 הוכיחו ש-$(a+b)^2-(a-b)^2=4ab$.

30 אם $a+b=7$ ו-$ab=10$, חשבו את a^2+b^2.

31 אם $a-b=3$ ו-$ab=4$, חשבו את a^2+b^2.

32 פשטו: $(x+1)^2+(x+2)^2+(x+3)^2$.

33 פשטו: $(x^2+3)^2$.

34 פשטו: $(x-1)(x+1)(x^2+1)$.

35 מצאו את k אם $x^2+kx+36$ הוא ריבוע מלא (שני פתרונות).

36 אתגר: חשבו 1001^2-999^2 בלי מחשבון.

✔ תשובות סופיות – נושא 1.1

1	$x^2+8x+15$
2	$x^2+3x-28$
3	$2x^2-5x-3$
4	$6a^2-19a+10$
5	x^3+x^2+x+6
6	$4x+2$
7	$x^2+10x+25$
8	$x^2-12x+36$
9	$4x^2+12x+9$
10	$9a^2-24ab+16b^2$
11	x^2-81
12	$25a^2-4$
13	$12x$
14	$2-4x$
15	$(x+7)^2=x^2+14x+49$
16	$(3a-5)^2=9a^2-30a+25$
17	$(50+1)^2=2601$
18	$(100-1)(100+1)=9999$
19	$(38-12)(38+12)=1300$
20	$x=2$
21	$x=\frac{16}{3}$
22	$x=3$
23	$x=5$

24 x^2+6x+9

25 $2x^2+3x-5$

26 $(x+2)^2-x^2=4x+4=24$; ס"מ 5

27 $4x+15$

28 $(n+1)^2-n^2=2n+1$ - אי-זוגי

29 פיתוח: $a^2+2ab+b^2-(a^2-2ab+b^2)=4ab$

30 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=29$

31 $9+8=17$

32 $3x^2+12x+14$

33 x^4+6x^2+9

34 x^4-1

35 $k=12$ או $k=-12$

36 $(1001-999)(1001+999)=4000$

1.2 הוצאת גורם משותף וטרינום

סדר העבודה בפירוק: קודם גורם משותף, אחר כך כפל מקוצר, ואחר כך טרינום
$x^2+bx+c=(x+m)(x+n)$ כאשר $m+n=b$ ו-$m\cdot n=c$.

צפו לפני שמתחילים:



הוצאת גורם משותף
YouTube · 9:53



פירוק לגורמים
YouTube · 6:30



הוצאת גורם משותף - תרגול מתקדם
YouTube · 5:56

1. הוציאו גורם משותף: $6x+9$.
2. הוציאו גורם משותף: $5x^2-15x$.
3. הוציאו גורם משותף: $4a^2b-6ab^2$.
4. הוציאו גורם משותף: x^3+3x^2-7x.
5. הוציאו גורם משותף: $3x(x-2)+5(x-2)$.
6. הוציאו גורם משותף: $x(a-b)-y(b-a)$. שימו לב לסימנים!
7. פרקו את הטרינום: $x^2+7x+12$.
8. פרקו את הטרינום: $x^2-9x+20$.
9. פרקו את הטרינום: $x^2+2x-15$.
10. פרקו את הטרינום: x^2-x-30.

11 פרקו את הטרינום: $x^2 - 11x + 18$.

12 פרקו את הטרינום: $x^2 + 3x - 40$.

13 פרקו לגורמים בעזרת כפל מקוצר: $x^2 - 49$.

14 פרקו לגורמים בעזרת כפל מקוצר: $9a^2 - 16$.

15 פרקו לגורמים בעזרת כפל מקוצר: $x^2 - 12x + 36$.

16 פרקו לגורמים בעזרת כפל מקוצר: $4x^2 + 20x + 25$.

17 פרקו לגורמים עד הסוף (קודם גורם משותף!): $2x^2 - 18$.

18 פרקו לגורמים עד הסוף (קודם גורם משותף!): $3x^2 + 12x + 12$.

19 פרקו לגורמים עד הסוף (קודם גורם משותף!): $x^3 - 25x$.

20 פרקו לגורמים עד הסוף (קודם גורם משותף!): $5x^2 - 5x - 30$.

21 פרקו לגורמים עד הסוף (קודם גורם משותף!): $x^4 - 16$.

22 פרקו לגורמים: $x^2 + bx + 12$, אם ידוע שאחד הגורמים הוא $(x + 3)$. מהו b?

23 פתרו בעזרת פירוק לגורמים: $x^2 - 6x = 0$.

24 פתרו בעזרת פירוק לגורמים: $x^2 + 5x + 6 = 0$.

25 פתרו בעזרת פירוק לגורמים: $x^2 - 16 = 0$.

26 פתרו בעזרת פירוק לגורמים: $x^2 - 8x + 16 = 0$.

27 פתרו בעזרת פירוק לגורמים: $x^2 + x = 12$.

28 פתרו בעזרת פירוק לגורמים: $2x^2 - 50 = 0$.

29 פרקו לגורמים: $2x^2 + 7x + 3$ (טרינום עם מקדם 2).

30 פרקו בשיטת קבוצות: $ax + ay + 3x + 3y$.

31 פרקו בשיטת קבוצות: $x^3 - 2x^2 + 4x - 8$.

32 מצאו את כל המספרים השלמים m שעבורם הטרינום $x^2 + mx + 10$ מתפרק לגורמים עם מספרים שלמים.

33 אתגר: פרקו $x^4 - 5x^2 + 4$ לארבעה גורמים.

34 אתגר: הראו ש-$n^2 + n$ זוגי לכל n שלם.

✔ תשובות סופיות – נושא 1.2

1	$3(2x+3)$
2	$5x(x-3)$
3	$2ab(2a-3b)$
4	$x(x^2+3x-7)$
5	$(x-2)(3x+5)$
6	$(a-b)(x+y)$
7	$(x+3)(x+4)$
8	$(x-5)(x-4)$
9	$(x-3)(x+5)$
10	$(x-6)(x+5)$
11	$(x-9)(x-2)$
12	$(x-5)(x+8)$
13	$(x-7)(x+7)$
14	$(3a-4)(3a+4)$
15	$(x-6)^2$
16	$(2x+5)^2$
17	$2(x-3)(x+3)$
18	$3(x+2)^2$
19	$x(x-5)(x+5)$
20	$5(x-3)(x+2)$
21	$(x-2)(x+2)(x^2+4)$
22	$(x+3)(x+4)\ ;\ b=7$
23	$x_2=6\ ,x_1=0$

24	$x_1=-3\ ,\ x_2=-2$
25	$x_1=-4\ ,\ x_2=4$
26	$x=4$
27	$x_1=-4\ ,\ x_2=3$
28	$x_1=-5\ ,\ x_2=5$
29	$(x+3)(2x+1)$
30	$(x+y)(a+3)$
31	$(x-2)(x^2+4)$
32	$m=\pm7$ או $m=\pm11$
33	$(x-2)(x-1)(x+1)(x+2)$
34	$n(n+1)$ – מכפלת שני שלמים עוקבים, אחד מהם זוגי

פרק 1 סיכומון סוף פרק – טכניקה אלגברית

חוק הפילוג

- $a(b+c) = ab + ac$
- מורחב:
  - $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$
  כל איבר כפול כל איבר.
- אחרי הפתיחה – מכנסים איברים דומים.

גורם משותף

- מוציאים את המספר הגדול ביותר והחזקה הנמוכה ביותר של כל משתנה.
- גם ביטוי בסוגריים יכול להיות גורם משותף:
  $3x(x-2) + 5(x-2) = (x-2)(3x+5)$
  .

נוסחאות הכפל המקוצר

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

טרינום

- $x^2 + bx + c = (x+m)(x+n)$ כאשר $m+n = b$,$m \cdot n = c$.
- אם $c > 0$ – m, n באותו סימן; אם $c < 0$ – בסימנים שונים.

חישוב מהיר

- $51^2 = (50+1)^2 = 2601$
- $99 \cdot 101 = 100^2 - 1$
- $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

סדר עבודה בפירוק

- 1. גורם משותף 2. כפל מקוצר 3. טרינום 4. קבוצות.
- בודקים בפתיחה חזרה שהגענו לביטוי המקורי.

⚠ טעויות נפוצות – שימו לב!

- $(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$ – שוכחים את $2ab$!
- $-(x-3)^2$ – המינוס חל על כל הפיתוח.
- לפרק $x^2 + 9$ – אי אפשר (סכום ריבועים).

💡 **הטיפ של אילון:** לפני כל פירוק – שאלו 'יש גורם משותף?'. זה חוסך את רוב הטעויות.

פרק 2

שברים אלגבריים

צמצום, כפל וחילוק של שברים עם משתנה – ותחום ההצבה שתמיד צריך לזכור

📌 סיכומון הפרק – כל הנוסחאות והכללים בעמוד אחד ←

2.1 צמצום, כפל וחילוק

33 תרגילים

🎬 סרטוני הסבר מהערוץ – סרקו וצפו



צמצום שברים אלגבריים – איך עושים את זה נכון?

YouTube · 4:19



כיתה ח- מציאת תחום הצבה / תחום הגדרה

YouTube · 4:47

2.1 צמצום, כפל וחילוק

קודם מפרקים לגורמים, ורק אז מצמצמים גורם משותף למונה ולמכנה. תחום הצבה: כל ערך שמאפס מכנה – אסור. בחילוק כופלים בהופכי (וגם המונה של המחלק אסור שיתאפס).

צפו לפני שמתחילים:



צמצום שברים אלגבריים – איך עושים את זה נכון?
YouTube · 4:19



חיבור וחיסור שברים אלגבריים
YouTube · 10:28



כיתה ח- מציאת תחום הצבה / תחום הגדרה
YouTube · 4:47

1. מהו תחום ההצבה של הביטוי $\frac{5}{x-3}$?

2. מהו תחום ההצבה של הביטוי $\frac{x+1}{x^2-16}$?

3. מהו תחום ההצבה של הביטוי $\frac{2x}{x^2+5x}$?

4. האם מותר לצמצם את $\frac{x+5}{x+8}$ ל- $\frac{5}{8}$? הסבירו.

5. צמצמו את השבר: $\frac{6x}{9x^2}$ (ציינו תחום הצבה).

6. צמצמו את השבר: $\frac{3x+6}{5x+10}$ (ציינו תחום הצבה).

7. צמצמו את השבר: $\frac{x^2-9}{x+3}$ (ציינו תחום הצבה).

8. צמצמו את השבר: $\frac{x^2-4x}{x^2-16}$ (ציינו תחום הצבה).

9 צמצמו את השבר: $\frac{x^2+5x+6}{x^2+3x+2}$ (ציינו תחום הצבה).

10 צמצמו את השבר: $\frac{2x^2-8}{x^2+4x+4}$ (ציינו תחום הצבה).

11 צמצמו את השבר: $\frac{x^2-10x+25}{3x-15}$ (ציינו תחום הצבה).

12 צמצמו את השבר: $\frac{x^3-x}{x^2+x}$ (ציינו תחום הצבה).

13 צמצמו את השבר (שימו לב לסימן): $\frac{4-x}{x^2-16}$ (ציינו תחום הצבה).

14 צמצמו את השבר: $\frac{x^2-x-12}{x^2-9x+20}$ (ציינו תחום הצבה).

15 צמצמו את השבר: $\frac{5x^2-20x}{10x}$ (ציינו תחום הצבה).

16 חשבו ופשטו: $\frac{x+2}{3}\cdot\frac{6}{x^2-4}$.

17 חשבו ופשטו: $\frac{x^2-1}{x}\cdot\frac{x^2}{x+1}$.

18 חשבו ופשטו: $\frac{x+3}{x-3}\cdot\frac{x^2-9}{x^2+6x+9}$.

19 חשבו ופשטו: $\frac{2x+4}{x^2}\cdot\frac{x}{x+2}$.

20 חשבו ופשטו: $\frac{x^2-5x}{x^2-25}\cdot\frac{x+5}{x}$.

21 חשבו ופשטו: $\frac{x^2+x-6}{x^2-4}\cdot\frac{x+2}{x+3}$.

22 חשבו ופשטו: $\frac{x+1}{x}:\frac{x^2-1}{x^2}$.

23 חשבו ופשטו: $\frac{x^2-16}{4x}:\frac{x+4}{8}$.

24 חשבו ופשטו: $\frac{x^2+2x}{x-3} : \frac{x^2-4}{x^2-9}$.

25 חשבו ופשטו: $\frac{3x-6}{x+1} : \frac{x-2}{x^2+x}$.

26 חשבו ופשטו: $\frac{x^2-6x+9}{x^2-9} : \frac{x-3}{x+3}$.

27 מצאו את ערך הביטוי $\frac{x^2-25}{x+5}$ עבור $x=105$ – בלי מחשבון.

28 פשטו ומצאו לאיזה x הביטוי $\frac{x^2-4x}{x-4}$ שווה ל-7.

29 שטח מלבן הוא $x^2+7x+12$ ואורכו $x+4$. מצאו ביטוי לרוחב.

30 שטח מלבן הוא x^2-9 ורוחבו $x-3$. מהו ההיקף (ביטוי)?

31 אתגר: פשטו $\frac{x+1}{x-1} \cdot \frac{x^2-1}{x^2+2x+1}$. מה התוצאה ומה תחום ההצבה?

32 אתגר: פשטו $\frac{x-2}{x} : \frac{x^4-16}{x^2+4}$.

33 אתגר: מצאו a כך ש-$\frac{x^2+ax+6}{x+2}$ יצטמצם לביטוי $x+3$.

✔ תשובות סופיות – נושא 2.1

1	$x \neq 3$
2	$x \neq \pm 4$
3	$x \neq 0,\ x \neq -5$
4	לא – מצמצמים רק גורמים (כפל), לא מחוברים
5	$x \neq 0\ ;\ \frac{2}{3x}$
6	$x \neq -2\ ;\ \frac{3}{5}$
7	$x \neq -3\ ;\ x-3$
8	$x \neq -4,\ x \neq 4\ ;\ \frac{x}{x+4}$
9	$x \neq -2,\ x \neq -1\ ;\ \frac{x+3}{x+1}$
10	$x \neq -2\ ;\ \frac{2(x-2)}{x+2}$
11	$x \neq 5\ ;\ \frac{x-5}{3}$
12	$x \neq -1,\ x \neq 0\ ;\ x-1$
13	$x \neq -4,\ x \neq 4\ ;\ -\frac{1}{x+4}$
14	$x \neq 4,\ x \neq 5\ ;\ \frac{x+3}{x-5}$
15	$x \neq 0\ ;\ \frac{x-4}{2}$
16	$x \neq -2,\ x \neq 2\ ;\ \frac{2}{x-2}$
17	$x \neq -1,\ x \neq 0\ ;\ x(x-1)$
18	$x \neq -3,\ x \neq 3\ ;\ 1$
19	$x \neq -2,\ x \neq 0\ ;\ \frac{2}{x}$
20	$x \neq -5,\ x \neq 0,\ x \neq 5\ ;\ 1$
21	$x \neq -3,\ x \neq -2,\ x \neq 2\ ;\ 1$
22	$x \neq -1,\ x \neq 0,\ x \neq 1\ ;\ \frac{x}{x-1}$
23	$x \neq -4,\ x \neq 0\ ;\ \frac{2(x-4)}{x}$

24	$x \neq -3,\ x \neq -2,\ x \neq 2,\ x \neq 3\ ;\ \frac{x(x+3)}{x-2}$
25	$x \neq -1,\ x \neq 0,\ x \neq 2\ ;\ 3x$
26	$x \neq -3,\ x \neq 3\ ;\ 1$
27	$x - 5 = 100$
28	$x = 7\ ;\ x$
29	$x + 3$
30	$2(x+3) + 2(x-3) = 4x$
31	$x \neq \pm 1\ ;\ 1$
32	$x \neq 0,\ x \neq 2\ ;\ x(x+2)$
33	$a = 5$

פרק 2 סיכומון סוף פרק – שברים אלגבריים

תחום הצבה

- מכנה לא יכול להיות 0.
- מוצאים את הערכים שמאפסים כל מכנה – ופוסלים אותם.

צמצום

- מפרקים מונה ומכנה לגורמים, ומצמצמים **גורם** משותף.
- $\frac{x^2-9}{x+3} = x-3$ ($x \neq -3$).
- $\frac{4-x}{x-4} = -1$ – הפכו סדר עם מינוס.

כפל

- $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ – אבל קודם מפרקים ומצמצמים 'בהצלבה'.

חילוק

- $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$
- בתחום ההצבה – גם המונה של המחלק ($c \neq 0$).

בדיקה

- מציבים מספר (מותר) בביטוי המקורי ובתוצאה – צריך לצאת אותו ערך.

⚠ טעויות נפוצות – שימו לב!

- לצמצם מחוברים: $\frac{5}{8} \neq \frac{x+5}{x+8}$.
- לשכוח את תחום ההצבה בסוף.
- בחילוק – לשכוח להפוך את השבר השני.

💡 **הטיפ של אילון:** כלל הזהב: 'מפרקים – ורק אז מצמצמים'. בלי פירוק אין צמצום.

פרק 3

משוואה ריבועית

שלוש דרכים לפתור: שורש, פירוק לגורמים ונוסחת השורשים

📌 סיכומון הפרק – כל הנוסחאות והכללים בעמוד אחד ←

3.1 פירוק לגורמים ונוסחת השורשים

34 תרגילים

🎬 סרטוני הסבר מהערוץ – סרקו וצפו



פתרון משוואה ריבועית – כל השיטות

YouTube · 7:51



פירוק לגורמים

YouTube · 6:30

🎛️ המחשות אינטראקטיביות – סרקו ושחקו בגרף



משוואה ואי-שוויון ריבועי

שנו את a, b, c וראו את השורשים ואת פתרון אי-השוויון על ציר המספרים.

3.1 פירוק לגורמים ונוסחת השורשים

$ax^2+bx+c=0$: אם אפשר – מפרקים (מכפלה $=0$ אם אחד הגורמים $=0$).
אחרת: $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$. $\Delta=b^2-4ac$ קובעת את מספר הפתרונות.

צפו לפני שמתחילים:

פתרון משוואה ריבועית – כל השיטות
YouTube · 7:51

הוצאת גורם משותף
YouTube · 9:53

1. פתרו (בלי נוסחת השורשים): $x^2=49$.
2. פתרו (בלי נוסחת השורשים): $3x^2=48$.
3. פתרו (בלי נוסחת השורשים): $x^2+9=0$.
4. פתרו (בלי נוסחת השורשים): $5x^2-20=0$.
5. פתרו בעזרת הוצאת גורם משותף: $x^2-7x=0$.
6. פתרו בעזרת הוצאת גורם משותף: $4x^2+12x=0$.
7. פתרו בעזרת פירוק טרינום: $x^2+8x+15=0$.
8. פתרו בעזרת פירוק טרינום: $x^2-3x-28=0$.
9. פתרו בעזרת פירוק טרינום: $x^2+10x+25=0$.
10. פתרו בעזרת נוסחת השורשים: $x^2-5x+3=0$.
11. פתרו בעזרת נוסחת השורשים: $2x^2+3x-2=0$.
12. פתרו בעזרת נוסחת השורשים: $3x^2-x-4=0$.

13 פתרו בעזרת נוסחת השורשים: $x^2+4x+1=0$.

14 פתרו בעזרת נוסחת השורשים: $x^2+2x+5=0$.

15 פתרו בעזרת נוסחת השורשים: $4x^2-12x+9=0$.

16 פתרו בעזרת נוסחת השורשים: $-x^2+6x-8=0$.

17 פתרו בעזרת נוסחת השורשים: $6x^2-x-1=0$.

18 פתחו סוגריים, העבירו אגפים ופתרו: $x(x+3)=10$.

19 פתחו ופתרו: $(x-2)^2=2x+11$.

20 פתחו ופתרו: $(x+1)(x-1)=3x+9$.

21 פתרו – אל תחלקו ב-x!: $2x^2=5x$.

22 פתרו (רמז: כפלו ב-2): $\frac{x^2}{2}-x=4$.

23 פתרו בשתי דרכים (שורש לשני האגפים / פתיחה): $(x+3)^2=16$.

24 כמה פתרונות יש למשוואה $x^2-6x+9=0$? בדקו בעזרת Δ.

25 כמה פתרונות יש למשוואה $2x^2+x+3=0$? נמקו בעזרת Δ.

26 מספר ועוד הריבוע שלו שווים ל-30. מצאו את המספר (שתי אפשרויות).

27 מכפלת שני מספרים עוקבים היא 72. מצאו אותם.

28 אורך מלבן גדול ב-3 מרוחבו, ושטחו 40 סמ"ר. מצאו את מידותיו.

29 אחד הפתרונות של $x^2+bx-12=0$ הוא $x=2$. מצאו את b ואת הפתרון השני.

30 לאילו ערכי k יש למשוואה $x^2+6x+k=0$ פתרון אחד בלבד?

31 לאילו ערכי k אין פתרון למשוואה $x^2-4x+k=0$?

32 בנו משוואה ריבועית שפתרונותיה 3 ו--5.

33 אתגר: פתרו $x^4-13x^2+36=0$ (רמז: $t=x^2$).

34 אתגר: פתרו $(x^2-2x)^2-11(x^2-2x)+24=0$.

✔ תשובות סופיות – נושא 3.1

1	$x_2 = 7 \ , x_1 = -7$
2	$x_2 = 4 \ , x_1 = -4$
3	אין פתרון
4	$x_2 = 2 \ , x_1 = -2$
5	$x_2 = 7 \ , x_1 = 0$
6	$x_2 = 0 \ , x_1 = -3$
7	$x_2 = -3 \ , x_1 = -5$
8	$x_2 = 7 \ , x_1 = -4$
9	$x = -5$
10	$x_2 = \frac{\sqrt{13}}{2} + \frac{5}{2} \ , x_1 = \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{13}}{2}$
11	$x_2 = \frac{1}{2} \ , x_1 = -2$
12	$x_2 = \frac{4}{3} \ , x_1 = -1$
13	$x_2 = -2 + \sqrt{3} \ , x_1 = -2 - \sqrt{3}$
14	אין פתרון
15	$x = \frac{3}{2}$
16	$x_2 = 4 \ , x_1 = 2$
17	$x_2 = \frac{1}{2} \ , x_1 = -\frac{1}{3}$
18	$x_2 = 2 \ , x_1 = -5$
19	$x_2 = 7 \ , x_1 = -1$
20	$x_2 = 5 \ , x_1 = -2$
21	$x_2 = \frac{5}{2} \ , x_1 = 0$
22	$x_2 = 4 \ , x_1 = -2$
23	$x_2 = 1 \ , x_1 = -7$

24 $\Delta = 0$ – פתרון אחד $x = 3$

25 $\Delta = -23 < 0$ – אין פתרון

26 5 או -6

27 $8, 9$ או $-8, -9$

28 5 ו-8 ס"מ

29 $b = 4$; $x = -6$

30 $k = 9$

31 $k > 4$

32 $(x-3)(x+5) = 0$, כלומר $x^2 + 2x - 15 = 0$

33 $x_1 = -3$, $x_2 = -2$, $x_3 = 2$, $x_4 = 3$

34 $x_1 = -2$, $x_2 = -1$, $x_3 = 3$, $x_4 = 4$

פרק 3 סיכומון סוף פרק – משוואה ריבועית

משוואה ריבועית

- $ax^2+bx+c=0$, $a\neq 0$.
- קודם מעבירים הכול לאגף אחד ומסדרים.

מקרים מיוחדים

- $ax^2=c$ – מוציאים שורש: $x=\pm\sqrt{c/a}$.
- $ax^2+bx=0$ – גורם משותף:
  $x(ax+b)=0$.

פירוק לגורמים

- מכפלה $=0$ $\Longleftarrow$ אחד הגורמים $=0$.
- $x^2+bx+c=(x+m)(x+n)$.

נוסחת השורשים

- $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

הדיסקרימיננטה

- $\Delta=b^2-4ac$
- $\Delta>0$ – שני פתרונות, $\Delta=0$ – אחד,
  $\Delta<0$ – אין.

בעיות

- פותרים ובודקים שהתשובה מתאימה לסיפור (אורך – חיובי).

⚠ טעויות נפוצות – שימו לב!

- לחלק ב-x: $2x^2=5x$ – מאבדים את $x=0$.
- $x^2=49$ – לשכוח את $x=-7$.
- לטעות בסימן של $-b$ או בחישוב Δ כש-b שלילי.

💡 **הטיפ של אילון:** תמיד נסו קודם לפרק – אם לא הולך תוך 20 שניות, עברו לנוסחת השורשים.

פרק 4

הפרבולה

הגרף של הפונקציה הריבועית: קודקוד, חיתוכים, הזזות ושלושה ייצוגים

📌 סיכומון הפרק – כל הנוסחאות והכללים בעמוד אחד ←

4.1 גרף, הזזות וייצוגים

32 תרגילים

סרטוני הסבר מהערוץ – סרקו וצפו

פרבולה קודקודית לכיתה ט'
YouTube · 8:10

פרבולה – סיכום מלא מהבסיס ועד חקירה
YouTube · 17:14

פרבולה ייצוג סטנדרטי
YouTube · 11:27

המחשות אינטראקטיביות – סרקו ושחקו בגרף

מעבדת הפרבולה
הזיזו את a, p, k בהצגה הקודקודית וראו את הקודקוד, החיתוכים ותחומי החיוביות.

4.1 גרף, הזזות וייצוגים

קודקודי: $y=a(x-p)^2+k$ - קודקוד (p,k). מכפלה: $y=a(x-x_1)(x-x_2)$ - חיתוכים עם ציר x. סטנדרטי: $y=ax^2+bx+c$ - קודקוד ב- $x=-\frac{b}{2a}$. $a>0$ - פתוחה למעלה.

צפו לפני שמתחילים:

פרבולה קודקודית לכיתה ט'
YouTube · 8:10

פרבולה מעבר בין ייצוגים
YouTube · 6:27

פרבולה - ייצוג כפלי
YouTube · 3:01

פרבולה - חקירה בהצגה הקודקודית
YouTube · 16:27

1. לפרבולה $y=(x-3)^2+2$: מצאו את הקודקוד, את ציר הסימטריה ואת כיוון הפתיחה.
2. לפרבולה $y=-2(x+1)^2+8$: מצאו את הקודקוד ואת נקודות החיתוך עם ציר x.
3. לפרבולה $y=x^2-6x+5$: מצאו את הקודקוד בעזרת $x=-\frac{b}{2a}$.
4. לפרבולה $y=x^2-6x+5$: מצאו את נקודות החיתוך עם הצירים.
5. לפרבולה $y=(x-1)(x-5)$: מצאו את נקודות החיתוך עם ציר x ואת הקודקוד.
6. לפרבולה $y=-(x+2)(x-4)$: מצאו את הקודקוד ואת החיתוך עם ציר y.
7. לפרבולה $y=2x^2+8x+3$: מצאו את הקודקוד ואת החיתוך עם ציר y.
8. לפרבולה $y=x^2+4x+7$: האם היא חותכת את ציר x? נמקו בשתי דרכים (קודקוד / Δ).
9. כתבו את הפרבולה $y=(x-2)^2-9$ בייצוג סטנדרטי ובייצוג מכפלה.

10 כתבו את הפרבולה $y = x^2 - 8x + 12$ בייצוג קודקודי (מצאו קודם את הקודקוד).

11 כתבו את הפרבולה $y = (x+3)(x-1)$ בייצוג קודקודי.

12 הפרבולה $y = x^2$ הוזזה 3 יחידות ימינה ו-2 יחידות למטה. כתבו את משוואתה.

13 הפרבולה $y = x^2$ הוזזה 4 יחידות שמאלה ו-1 למעלה. כתבו את משוואתה בייצוג סטנדרטי.

14 תארו במילים איך מתקבלת הפרבולה $y = (x+5)^2 - 7$ מהפרבולה $y = x^2$.

15 איך מתקבלת $y = -x^2 + 3$ מ-$y = x^2$?

16 קודקוד הפרבולה $y = x^2 + bx + c$ הוא $(2, -1)$. מצאו את b ואת c.

17 פרבולה $y = a(x-1)^2 + 4$ עוברת בנקודה $(3, -4)$. מצאו את a.

18 פרבולה חותכת את ציר x ב-$x = -1$ וב-$x = 3$ ועוברת בנקודה $(0, -6)$. מצאו את משוואתה.

19 לפרבולה קודקוד $(-2, 5)$ והיא עוברת בראשית. מצאו את משוואתה.

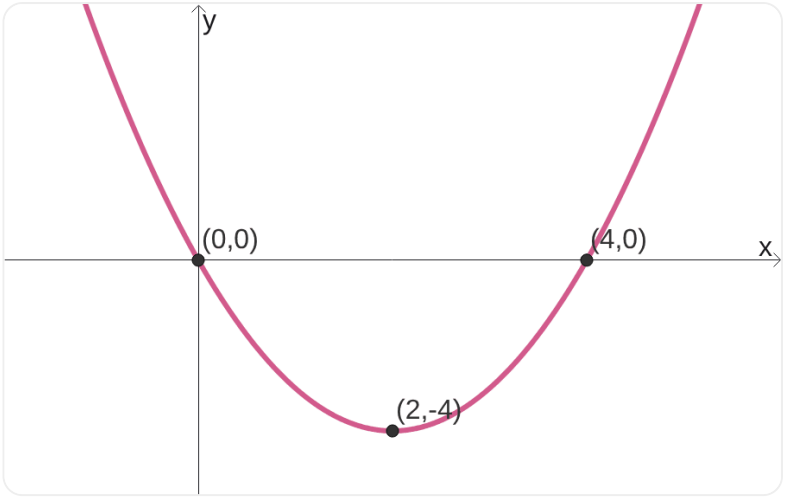
20 הנקודות $(1, 7)$ ו-$(5, 7)$ נמצאות על פרבולה. מהו ציר הסימטריה שלה?

21 הנקודה $(0, 4)$ על הפרבולה $y = (x-3)^2 - 5$. מצאו את הנקודה הסימטרית לה.

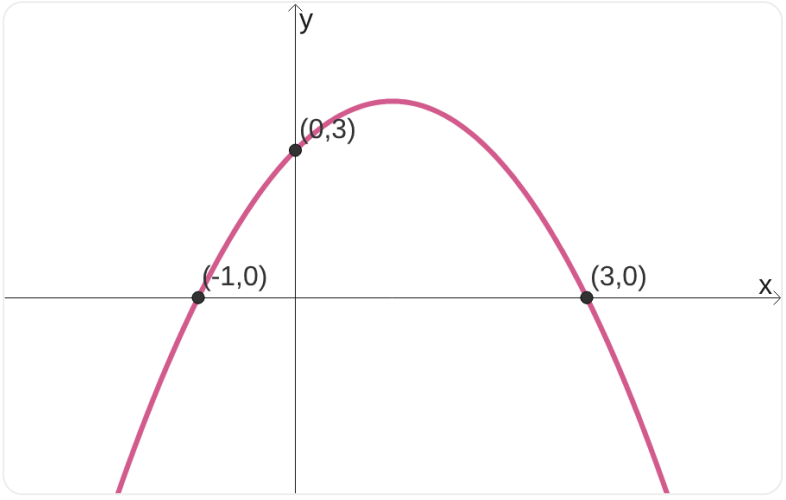
22 מהו ערך המינימום של הפונקציה $y = x^2 - 10x + 30$, ולאיזה x מתקבל?

23 מהו ערך המקסימום של $y = -x^2 + 6x - 4$?

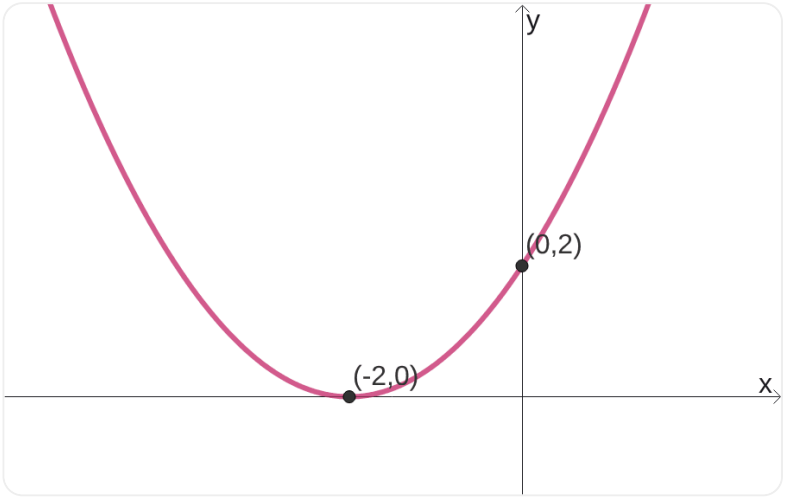
24 בציור גרף של פרבולה. מצאו את משוואתה בייצוג קודקודי.



25 בציור גרף של פרבולה. מצאו את משוואתה בייצוג מכפלה.



26 בציור גרף של פרבולה שקודקודה על ציר x. מצאו את משוואתה.



27 התאימו: לאיזו מהפרבולות $y=(x-1)^2$, $y=x^2-1$, $y=-(x-1)^2$ יש בדיוק נקודת חיתוך אחת עם ציר x והיא פתוחה למטה?

28 לאילו ערכי k הפרבולה $y=x^2-4x+k$ חותכת את ציר x בשתי נקודות?

29 לאילו ערכי k קודקוד הפרבולה $y=x^2+2x+k$ נמצא על ציר x?

30 פרבולה $y=x^2-6x+c$ משיקה לציר x. מצאו את c ואת נקודת ההשקה.

31 אתגר: זורקים כדור, וגובהו (במטרים) אחרי t שניות הוא $h(t)=-5t^2+20t+1$.
מה הגובה המקסימלי ומתי הוא מתקבל?

32 אתגר: מלבן שהיקפו 20 ס"מ. מה השטח הגדול ביותר האפשרי? (רמז: שטח $=x(10-x)$)

✔ תשובות סופיות – נושא 4.1

1. $(3,2)$; $x=3$; פתוחה כלפי מעלה
2. $(-1,8)$ – מקסימום ; $(-3,0)$, $(1,0)$
3. $(3,-4)$ – מינימום
4. $(1,0)$, $(5,0)$; $(0,5)$
5. $(1,0)$, $(5,0)$; $(3,-4)$ – מינימום
6. $(1,9)$ – מקסימום ; $(0,8)$
7. $(-2,-5)$ – מינימום ; $(0,3)$
8. לא – קודקוד $(-2,3)$ מעל הציר ופתוחה למעלה ; $\Delta=-12<0$
9. x^2-4x-5 ; $(x-5)(x+1)$
10. $y=(x-4)^2-4$
11. $y=(x+1)^2-4$
12. $y=(x-3)^2-2$
13. $y=x^2+8x+17$
14. הזזה 5 שמאלה ו-7 למטה
15. שיקוף בציר x והזזה 3 למעלה
16. $b=-4$, $c=3$
17. $a=-2$
18. $y=2(x+1)(x-3)=2x^2-4x-6$
19. $y=-\frac{5}{4}(x+2)^2+5$
20. $x=3$
21. $(6,4)$
22. מינימום 5 ב-$x=5$
23. 5 (ב-$x=3$)

24	$y=(x-2)^2-4$
25	$y=-(x+1)(x-3)$
26	$y=\frac{1}{2}(x+2)^2$
27	$y=-(x-1)^2$
28	$k<4$
29	$k=1$
30	$(3,0)$; $c=9$
31	21 מ' אחרי 2 שניות
32	25 סמ"ר ($x=5$)

פרק 4 סיכומון סוף פרק – הפרבולה

שלושה ייצוגים

- קודקודי: $y = a(x-p)^2 + k$ – קודקוד (p, k).
- מכפלה: $y = a(x-x_1)(x-x_2)$ – חיתוכים עם ציר x.
- סטנדרטי: $y = ax^2 + bx + c$ – חיתוך עם ציר y ב-$(0, c)$.

הקודקוד

- $x = -\frac{b}{2a}$, ואת y מציבים.
- גם: אמצע בין שני החיתוכים עם ציר x.

כיוון הפתיחה

- $a > 0$ – פתוחה למעלה (מינימום).
- $a < 0$ – פתוחה למטה (מקסימום).

הזזות

- $y = (x-p)^2$ – p ימינה.
- $y = x^2 + k$ – k למעלה.
- $y = -x^2$ – שיקוף בציר x.

ציר סימטריה

- $x = p$ – נקודות סימטריות באותו גובה.
- מ-(x_1, y) ו-(x_2, y): הציר $x = \frac{x_1+x_2}{2}$.

מציאת משוואה

- נתון קודקוד + נקודה – בייצוג קודקודי.
- נתונים חיתוכים + נקודה – בייצוג מכפלה.

⚠ טעויות נפוצות – שימו לב!

- $y = (x+3)^2$ זה **שמאלה** 3, לא ימינה.
- לשכוח את a כשעוברים בין ייצוגים.
- לבלבל בין קודקוד לחיתוך עם ציר y.

💡 **הטיפ של אילון:** לפני כל חישוב – סקיצה קטנה: כיוון פתיחה וקודקוד. היא מראה מיד אם התשובה הגיונית.

פרק 5

אי-שוויונות ריבועיים

פותרים בעזרת השורשים וסקיצה של פרבולה

📌 סיכומון הפרק – כל הנוסחאות והכללים בעמוד אחד ←

5.1 אי-שוויון ריבועי 32 תרגילים

סרטוני הסבר מהערוץ – סרקו וצפו

פתרון אי שוויון ריבועי
YouTube · 9:36

המחשות אינטראקטיביות – סרקו ושחקו בגרף

משוואה ואי-שוויון ריבועי
שנו את a, b, c וראו את השורשים ואת פתרון אי-השוויון על ציר המספרים.

5.1 אי-שוויון ריבועי

מעבירים הכול לאגף אחד, מוצאים את השורשים ומסרטטים סקיצה. $0 <$ – איפה הפרבולה מעל ציר x; $0 >$ – איפה מתחת. כשאין שורשים – לכל x או אף x.

צפו לפני שמתחילים:



פתרון אי שוויון ריבועי
YouTube · 9:36



אי שוויונות - ניווט בין הסוגים
YouTube · 8:42

1. פתרו את אי-השוויון: $x^2 - 9 < 0$.
2. פתרו את אי-השוויון: $x^2 - 16 > 0$.
3. פתרו את אי-השוויון: $x^2 - 5x + 6 < 0$.
4. פתרו את אי-השוויון: $x^2 - 5x + 6 > 0$.
5. פתרו את אי-השוויון: $x^2 + x - 12 \leq 0$.
6. פתרו את אי-השוויון: $x^2 - 2x - 8 \geq 0$.
7. פתרו את אי-השוויון: $x^2 - 7x < 0$.
8. פתרו את אי-השוויון: $2x^2 + 6x \geq 0$.
9. פתרו את אי-השוויון: $-x^2 + 4x + 5 > 0$.
10. פתרו את אי-השוויון: $-x^2 + 9 \leq 0$.
11. פתרו את אי-השוויון: $x^2 - 6x + 9 > 0$.
12. פתרו את אי-השוויון: $x^2 - 6x + 9 \leq 0$.

13 פתרו את אי-השוויון: $x^2+4x+7>0$.

14 פתרו את אי-השוויון: $x^2+2x+3<0$.

15 פתרו את אי-השוויון: $3x^2-12<0$.

16 פתרו את אי-השוויון: $x^2>4x$.

17 פתרו: $x^2\geq 0$. ומה הפתרון של $x^2<0$?

18 פתרו (העבירו אגפים קודם אם צריך): $x^2<3x+10$.

19 פתרו (העבירו אגפים קודם אם צריך): $(x-1)(x+4)>0$.

20 פתרו (העבירו אגפים קודם אם צריך): $(x+2)^2\geq 9$.

21 פתרו (העבירו אגפים קודם אם צריך): $x(x-6)\leq -8$.

22 פתרו (העבירו אגפים קודם אם צריך): $2x^2-x-3>0$.

23 פתרו את אי-השוויון: $-2x^2+8x\geq 0$.

24 פתרו (העבירו אגפים קודם אם צריך): $4x^2-1<0$.

25 מהו הערך השלם הגדול ביותר המקיים $x^2-3x-10<0$?

26 כמה מספרים שלמים מקיימים $x^2\leq 16$?

27 מצאו את תחום ה-x שבו הפרבולה $y=x^2-4x-5$ נמצאת מתחת לציר x.

28 מחיר כרטיס x ש"ח, וההכנסה $x(100-x)$. לאילו מחירים ההכנסה גדולה מ-2100 ש"ח?

29 מצאו לאילו ערכי x הגרף של $y=-x^2+2x+8$ נמצא מעל ציר x.

30 שטח ריבוע שצלעו x קטן מ-49 ומגדול מ-9. מה תחום הערכים של x?

31 אתגר: לאילו ערכי k אי-השוויון $x^2+kx+4>0$ מתקיים לכל x?

32 אתגר: פתרו את המערכת: $x^2-9<0$ וגם $x^2-x\geq 2$.

✔ תשובות סופיות – נושא 5.1

1	$-3 < x < 3$
2	$x < -4$ או $x > 4$
3	$2 < x < 3$
4	$x < 2$ או $x > 3$
5	$-4 \leq x \leq 3$
6	$x \leq -2$ או $x \geq 4$
7	$0 < x < 7$
8	$x \leq -3$ או $x \geq 0$
9	$-1 < x < 5$
10	$x \leq -3$ או $x \geq 3$
11	$x \neq 3$
12	$x = 3$
13	לכל x
14	אין פתרון
15	$-2 < x < 2$
16	$x < 0$ או $x > 4$
17	לכל x ; אין פתרון
18	$-2 < x < 5$
19	$x < -4$ או $x > 1$
20	$x \leq -5$ או $x \geq 1$
21	$2 \leq x \leq 4$
22	$x < -1$ או $x > \frac{3}{2}$
23	$0 \leq x \leq 4$

24 $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$

25 $x = 4$

26 9 מספרים (-4 עד 4)

27 $-1 < x < 5$

28 $30 < x < 70$

29 $-2 < x < 4$

30 $3 < x < 7$

31 $-4 < k < 4$

32 $-3 < x \leq -1$ או $2 \leq x < 3$

פרק 5 סיכומון סוף פרק – אי-שוויונות ריבועיים

שלבי הפתרון

1. מעבירים הכול לאגף אחד ($0 < \cdots$ או $0 > \cdots$).
2. פותרים את המשוואה המתאימה – השורשים.
3. סקיצה של הפרבולה לפי הסימן של a.
4. קוראים מהסקיצה את התחום.

קריאה מהסקיצה

- $a > 0$ ו-< 0 – **בין** השורשים.
- $a > 0$ ו-> 0 – **מחוץ** לשורשים.

אין שורשים

- פרבולה כולה מעל הציר – > 0 לכל x, < 0 אין פתרון.
- כולה מתחת – הפוך.

שורש אחד (השקה)

- $(x-3)^2 > 0$ – לכל $x \neq 3$.
- $(x-3)^2 \leq 0$ – רק $x = 3$.

כתיבת התשובה

- $\geq, \leq$ – כולל השורשים.
- 'או' – שני תחומים נפרדים; 'וגם' – תחום אחד.

⚠ טעויות נפוצות – שימו לב!

- לחלק במשתנה או לכפול במספר שלילי בלי להפוך את הסימן.
- לפתור $x^2 < 9$ כ-$x < \pm 3$ – הנכון: $-3 < x < 3$.
- לשכוח שלמקדם a שלילי הפרבולה הפוכה.

💡 **הטיפ של אילון:** אל תנחשו 'בין' או 'מחוץ' – תמיד סקיצה. 5 שניות שמצילות את התרגיל.

פרק 6

משוואות עם נעלם במכנה

תחום הצבה, כפל במכנה המשותף ובדיקת פתרונות פסולים

📌 סיכומון הפרק – כל הנוסחאות והכללים בעמוד אחד ←

6.1 תחום הצבה ופתרונות פסולים

33 תרגילים

🎬 סרטוני הסבר מהערוץ – סרקו וצפו



פתרון משוואות עם נעלם במכנה צעד אחר צעד

YouTube · 8:13



כיתה ח- מציאת תחום הצבה / תחום הגדרה

YouTube · 4:47

6.1 תחום הצבה ופתרונות פסולים

1. תחום הצבה – כל ערך שמאפס מכנה אסור. 2. כופלים במכנה המשותף. 3. פותרים. 4. פוסלים פתרון שמחוץ לתחום ההצבה.

צפו לפני שמתחילים:



פתרון משוואות עם נעלם במכנה צעד אחר צעד

YouTube · 8:13



משוואות ריבועית נעלם במכנה

YouTube · 13:22



כיתה ח- מציאת תחום הצבה / תחום הגדרה

YouTube · 4:47

1. מהו תחום ההצבה של $\frac{3}{x-2}+\frac{1}{x+5}$?

2. מהו תחום ההצבה של $\frac{x}{x^2-9}$?

3. מהו תחום ההצבה של $\frac{4}{x^2+1}$?

4. פתרו את המשוואה: $\frac{6}{x}=3$.

5. פתרו את המשוואה: $\frac{5}{x-1}=10$.

6. פתרו את המשוואה: $\frac{12}{x+2}=x-2$.

7. פתרו את המשוואה: $x+\frac{6}{x}=5$.

8. פתרו את המשוואה: $\frac{3}{x}+\frac{2}{x}=1$.

9. פתרו את המשוואה: $\frac{x}{x-3}=2$.

10 פתרו את המשוואה: $\frac{2}{x+1}=\frac{3}{x-1}$.

11 פתרו את המשוואה: $\frac{x}{x+2}=\frac{3}{x+2}+\frac{1}{2}$.

12 פתרו את המשוואה: $\frac{x+3}{x-3}=\frac{x+9}{x-1}$.

13 פתרו ובדקו – האם יש פתרון?: $\frac{x}{x-2}=\frac{2}{x-2}+3$.

14 פתרו ובדקו את הפתרון: $\frac{x^2-4}{x-2}=4$.

15 פתרו את המשוואה: $\frac{x^2}{x+3}=\frac{9}{x+3}$.

16 פתרו את המשוואה: $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+2}=\frac{4}{3}$.

17 פתרו את המשוואה: $\frac{3}{x-2}-\frac{1}{x+2}=\frac{4}{x^2-4}$.

18 פתרו את המשוואה: $\frac{x}{x-1}-\frac{2}{x}=1$.

19 פתרו את המשוואה: $\frac{5}{x^2-x}=\frac{1}{x-1}+\frac{2}{x}$.

20 פתרו את המשוואה: $\frac{x+1}{x-2}+\frac{x-1}{x+2}=2$.

21 פתרו – שימו לב לפתרון פסול: $\frac{8}{x^2-16}=\frac{1}{x-4}$.

22 פתרו את המשוואה: $x+3=\frac{10}{x}$.

23 פתרו את המשוואה: $2x-1=\frac{3}{x}$.

24 פתרו את המשוואה: $\frac{x+2}{x}=\frac{x}{x-2}$.

25 פתרו – כמה פתרונות נשארים?: $\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+1}=\frac{2}{x^2-1}$.

26 פתרו את המשוואה: $\frac{6}{x^2-9}+1=\frac{1}{x-3}$.

27 פתרו את המשוואה: $\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x}=\frac{5}{2}$.

28 כתבו משוואה עם נעלם במכנה שהפתרון היחיד של המשוואה שהתקבלה אחרי הכפלה במכנה הוא $x=4$, אבל $x=4$ פסול.

29 סכום מספר וההפכי שלו הוא $\frac{10}{3}$. מצאו את המספר.

30 ברז ממלא בריכה ב-x שעות, וברז שני ב-$x+2$ שעות. יחד הם ממלאים אותה ב-$\frac{15}{8}$ שעות. מצאו את x.

31 רוכב עבר 60 ק"מ. אילו נסע מהר יותר ב-5 קמ"ש, היה מגיע שעה מוקדם יותר. מה הייתה מהירותו?

32 אתגר: לאיזה ערך של a למשוואה $\frac{x+a}{x-2}=3$ הפתרון הוא $x=5$?

33 אתגר: לאיזה ערך של a אין פתרון למשוואה $\frac{a}{x-1}=\frac{3}{x-1}+2$?

✔ תשובות סופיות – נושא 6.1

1	$x \neq 2,\ x \neq -5$
2	$x \neq \pm 3$
3	כל x (המכנה לא מתאפס)
4	תחום הצבה: $x \neq 0$; $x = 2$
5	תחום הצבה: $x \neq 1$; $x = \frac{3}{2}$
6	תחום הצבה: $x \neq -2$; $x_1 = -4$,$x_2 = 4$
7	תחום הצבה: $x \neq 0$; $x_1 = 2$,$x_2 = 3$
8	תחום הצבה: $x \neq 0$; $x = 5$
9	תחום הצבה: $x \neq 3$; $x = 6$
10	תחום הצבה: $x \neq -1,\ x \neq 1$; $x = -5$
11	תחום הצבה: $x \neq -2$; $x = 8$
12	תחום הצבה: $x \neq 1,\ x \neq 3$; $x = 6$
13	תחום הצבה: $x \neq 2$; אין פתרון ; נפסל: $x = 2$
14	תחום הצבה: $x \neq 2$; אין פתרון ; נפסל: $x = 2$
15	תחום הצבה: $x \neq -3$; $x = 3$; נפסל: $x = -3$
16	תחום הצבה: $x \neq -2,\ x \neq 0$; $x_1 = -\frac{3}{2}$,$x_2 = 1$
17	תחום הצבה: $x \neq -2,\ x \neq 2$; אין פתרון ; נפסל: $x = -2$
18	תחום הצבה: $x \neq 0,\ x \neq 1$; $x = 2$
19	תחום הצבה: $x \neq 0,\ x \neq 1$; $x = \frac{7}{3}$
20	תחום הצבה: $x \neq -2,\ x \neq 2$; אין פתרון
21	תחום הצבה: $x \neq -4,\ x \neq 4$; אין פתרון ; נפסל: $x = 4$
22	תחום הצבה: $x \neq 0$; $x_1 = -5$,$x_2 = 2$
23	תחום הצבה: $x \neq 0$; $x_1 = -1$,$x_2 = \frac{3}{2}$

24 תחום הצבה: $x \neq 0,\ x \neq 2$; אין פתרון

25 תחום הצבה: $x \neq 1,\ x \neq -1$; אין פתרון ; נפסל: $x = 1$

26 תחום הצבה: $x \neq 3,\ x \neq -3$; $x = -2$; נפסל: $x = 3$

27 תחום הצבה: $x \neq 0,\ x \neq -1$; $x_1 = -2,\ x_2 = 1$

28 לדוגמה $\frac{x}{x-4} = \frac{4}{x-4}$

29 3 או $\frac{1}{3}$

30 $x = 3$

31 15 קמ"ש

32 $a = 4$

33 $a = 3$ (אז $x = 1$ נפסל)

פרק 6 סיכומון סוף פרק – משוואות עם נעלם במכנה

תחום הצבה

- מוצאים כל ערך שמאפס מכנה – פוסלים.
- מפרקים את המכנים כדי לראות אותם.

משוואה ריבועית שמתקבלת

- לעיתים אחרי הכפלה מקבלים משוואה ריבועית – פותרים כרגיל ובודקים כל פתרון.

שלבי הפתרון

- 1. תחום הצבה 2. מכנה משותף 3. כופלים את כל המשוואה 4. פותרים 5. בודקים.

בעיות עבודה ותנועה

- עבודה: קצב $= \frac{1}{t}$, וקצבים מחברים.
- תנועה: זמן $= \frac{s}{v}$.

פתרון פסול

- פתרון שמאפס מכנה – פסול.
- אם כל הפתרונות פסולים – 'אין פתרון'.

⚠ טעויות נפוצות – שימו לב!

- לא לכפול את כל האיברים במכנה המשותף (גם איבר שאין לו מכנה!).
- לשכוח לבדוק פתרונות מול תחום ההצבה.
- לפרק לא נכון את $x^2 - 4$ במכנה.

💡 **הטיפ של אילון:** כתבו את תחום ההצבה בראש התרגיל במסגרת – כך לא תשכחו לבדוק בסוף.

פרק 7

מערכות עם משוואה ממעלה שנייה

פתרון אלגברי בשיטת ההצבה – ומה זה אומר על הגרפים

📌 סיכומון הפרק – כל הנוסחאות והכללים בעמוד אחד ←

7.1 פתרון אלגברי ומשמעות גרפית

31 תרגילים

סרטוני הסבר מהערוץ – סרקו וצפו

שתי משוואות בשני נעלמים ממעלה שנייה
YouTube · 7:08

חיתוך בין פרבולה וישר וחיתוך בין פרבולות
YouTube · 10:37

המחשות אינטראקטיביות – סרקו ושחקו בגרף

מעבדת הפרבולה
הזיזו את a, p, k בהצגה הקודקודית וראו את הקודקוד, החיתוכים ותחומי החיוביות.

7.1 פתרון אלגברי ומשמעות גרפית

מבודדים נעלם מהמשוואה הקווית ומציבים בשנייה. כל פתרון (x,y) הוא נקודת חיתוך של הגרפים: שני פתרונות – שתי נקודות, פתרון אחד – השקה, אין פתרון – הגרפים לא נפגשים.

צפו לפני שמתחילים:



שתי משוואות בשני נעלמים ממעלה שנייה

YouTube · 7:08



מערכת של שתי משוואות בשני נעלמים ממעלה שנייה

YouTube · 8:15



חיתוך בין פרבולה וישר וחיתוך בין פרבולות

YouTube · 10:37

1 פתרו את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = x + 2 \end{cases}$$

2 פתרו את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} y = x^2 - 3 \\ y = 2x \end{cases}$$

3 פתרו את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} y = x^2 - 4x + 5 \\ y = x + 1 \end{cases}$$

4 פתרו את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} y = x^2 + 2x \\ y = -x - 2 \end{cases}$$

5 פתרו את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ y = 2x - 2 \end{cases}$$

6 פתרו את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} y = x^2 + 1 \\ y = x - 3 \end{cases}$$

7 פתרו את מערכת המשוואות: $\begin{cases} x+y=5 \\ xy=6 \end{cases}$

8 פתרו את מערכת המשוואות: $\begin{cases} x-y=2 \\ xy=15 \end{cases}$

9 פתרו את מערכת המשוואות: $\begin{cases} x+y=7 \\ x^2+y^2=25 \end{cases}$

10 פתרו את מערכת המשוואות: $\begin{cases} y=2x \\ x^2+y^2=20 \end{cases}$

11 פתרו את מערכת המשוואות: $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2-y^2=5 \end{cases}$

12 פתרו את מערכת המשוואות: $\begin{cases} 2x-y=1 \\ x^2+xy=10 \end{cases}$

13 פתרו את מערכת המשוואות: $\begin{cases} y-x=1 \\ x^2+y^2=13 \end{cases}$

14 פתרו את מערכת המשוואות: $\begin{cases} y=x^2-2x \\ y=-x^2+4 \end{cases}$

15 פתרו את מערכת המשוואות: $\begin{cases} y=x^2 \\ y=2x^2-4 \end{cases}$

16 פתרו את מערכת המשוואות: $\begin{cases} y=x^2+3 \\ y=-x^2+3 \end{cases}$

17 פתרו את מערכת המשוואות: $\begin{cases} y=x^2-5x+4 \\ y=x-5 \end{cases}$

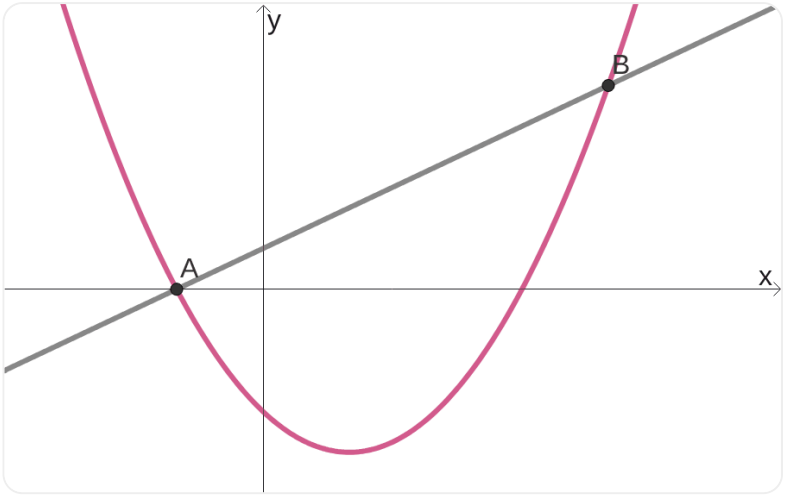
18 פתרו את מערכת המשוואות: $\begin{cases} y=-x^2+2x+3 \\ y=x+1 \end{cases}$

19 מצאו את נקודות החיתוך של הישר $y=3$ עם הפרבולה $y=x^2-2x$.

20 הישר $y=x+k$ והפרבולה $y=x^2$. מצאו את k שעבורו לישר ולפרבולה נקודה משותפת אחת בלבד.

21 כמה נקודות חיתוך יש לפרבולה $y=x^2+4$ ולישר $y=2x$? מה המשמעות הגרפית?

22 בציור הפרבולה $y=x^2-2x-3$ והישר $y=x+1$. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך המסומנות.



23 מצאו את נקודות החיתוך של הפרבולות $y=x^2-4$ ו-$y=-x^2+4$, ובדקו שהן סימטריות ביחס לציר y.

24 סכום שני מספרים הוא 11 ומכפלתם 28. מצאו אותם.

25 הפרש שני מספרים הוא 3 וסכום ריבועיהם 65. מצאו אותם.

26 היקף מלבן 34 ס"מ ושטחו 60 סמ"ר. מצאו את מידותיו.

27 אלכסון מלבן 13 ס"מ והיקפו 34 ס"מ. מצאו את מידותיו.

28 אורך מלבן גדול פי 2 מרוחבו, ושטחו 72 סמ"ר. מצאו את מידותיו (מערכת עם x ו-y).

29 הישר $y=2x+b$ עובר דרך קודקוד הפרבולה $y=x^2-4x+7$. מצאו את b.

30 אתגר: פתרו את המערכת $x^2+y^2=10$, $xy=3$.

31 אתגר: לאילו ערכי m הישר $y=mx$ אינו חותך את הפרבולה $y=x^2+1$?

✔ תשובות סופיות – נושא 7.1

1. $(-1,1)$, $(2,4)$
2. $(-1,-2)$, $(3,6)$
3. $(1,2)$, $(4,5)$
4. $(-2,0)$, $(-1,-1)$
5. $(1,0)$
6. אין פתרון
7. $(2,3)$, $(3,2)$
8. $(-3,-5)$, $(5,3)$
9. $(3,4)$, $(4,3)$
10. $(-2,-4)$, $(2,4)$
11. $(3,2)$
12. $(-\frac{5}{3},-\frac{13}{3})$, $(2,3)$
13. $(-3,-2)$, $(2,3)$
14. $(-1,3)$, $(2,0)$
15. $(-2,4)$, $(2,4)$
16. $(0,3)$
17. $(3,-2)$
18. $(-1,0)$, $(2,3)$
19. $(-1,3)$, $(3,3)$
20. $k=-\frac{1}{4}$; הנקודה $(\frac{1}{2},\frac{1}{4})$
21. אין – הישר מתחת לפרבולה (אין פתרון למערכת)
22. $(-1,0)$, $(4,5)$
23. $(-2,0)$, $(2,0)$

24 4 ו-7

25 $4,7$ או $-7,-4$

26 5 ו-12 ס"מ

27 5 ו-12 ס"מ

28 6 ו-12 ס"מ

29 $b=-1$

30 $(-3,-1)$, $(-1,-3)$, $(1,3)$, $(3,1)$

31 $-2<m<2$

פרק 7 סיכומון סוף פרק – מערכות עם משוואה ממעלה שנייה

שיטת ההצבה

- מבודדים x או y מהמשוואה הקווית.
- מציבים במשוואה הריבועית ופותרים.
- מוצאים את המשתנה השני – מציבים בקווית.

משמעות גרפית

- כל פתרון = נקודת חיתוך של הגרפים.
- 2 פתרונות – 2 נקודות; 1 – השקה; 0 – אין מפגש.

שתי פרבולות

- משווים: $f(x)=g(x)$ – ה-x^2 לפעמים מתבטל.

$x+y$ ו-xy

- $x+y=s$, $xy=p$ – הצבה של $y=s-x$.
- $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$.

כתיבת התשובה

- כל פתרון כזוג (x,y) – לא לערבב בין זוגות.

⚠ טעויות נפוצות – שימו לב!

- למצוא רק את x ולשכוח את y.
- להציב את x במשוואה הלא נכונה ולקבל זוגות שגויים.
- לאבד פתרון אחד מתוך שניים.

💡 **הטיפ של אילון:** בסוף, הציבו כל זוג בשתי המשוואות – בדיקה של 30 שניות.

פרק 8

תכונות פונקציה

לקרוא גרף: חיתוכים, חיוביות ושליליות, קיצון, עלייה וירידה, הזזות ושיקוף

📌 סיכומון הפרק – כל הנוסחאות והכללים בעמוד אחד ←

8.1 **חיתוכים, חיוביות, קיצון, עלייה וירידה, הזזות** 33 תרגילים

סרטוני הסבר מהערוץ – סרקו וצפו

פרבולה - חקירה בהצגה הקודקודית
YouTube · 16:27

פרבולה - הזזה אופקית
YouTube · 4:54

המחשות אינטראקטיביות – סרקו ושחקו בגרף

מעבדת ההזזות
הזיזו את הגרף למעלה, למטה, ימינה ושמאלה, ושקפו אותו – וראו מה קורה לנקודות המיוחדות.

מעבדת הפרבולה
הזיזו את a, p, k בהצגה הקודקודית וראו את הקודקוד, החיתוכים ותחומי החיוביות.

8.1 חיתוכים, חיוביות, קיצון, עלייה וירידה, הזזות

חיתוך עם ציר x: $y=0$; עם ציר y: $x=0$. חיובית – הגרף מעל ציר x. $f(x)+k$ – הזזה אנכית, $f(x-h)$ – הזזה אופקית ($h>0$ ימינה), $-f(x)$ – שיקוף בציר x.

צפו לפני שמתחילים:



פרבולה - חקירה בהצגה הקודקודית
YouTube · 16:27

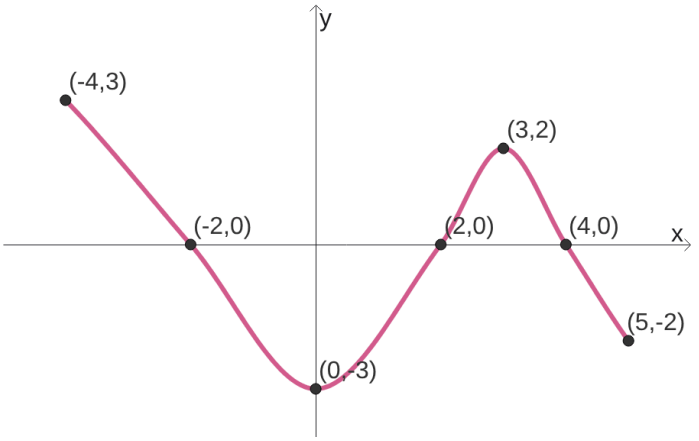


פרבולה - הזזה אופקית
YouTube · 4:54



פרבולה הזזה אנכית
YouTube · 8:39

תרגילים 1–10 בציור גרף הפונקציה $f(x)$ המוגדרת בתחום $-4\le x\le 5$.



גרף הפונקציה $f(x)$

1. מהו תחום ההגדרה של $f(x)$?
2. מצאו את נקודות החיתוך של $f(x)$ עם הצירים.
3. מצאו את תחומי החיוביות ואת תחומי השליליות של $f(x)$.
4. מצאו את נקודות הקיצון של $f(x)$ (כולל נקודות קצה) וקבעו את סוגן.
5. מצאו את תחומי העלייה והירידה של $f(x)$.

6 מהו הערך הגדול ביותר של $f(x)$, ומהו הקטן ביותר?

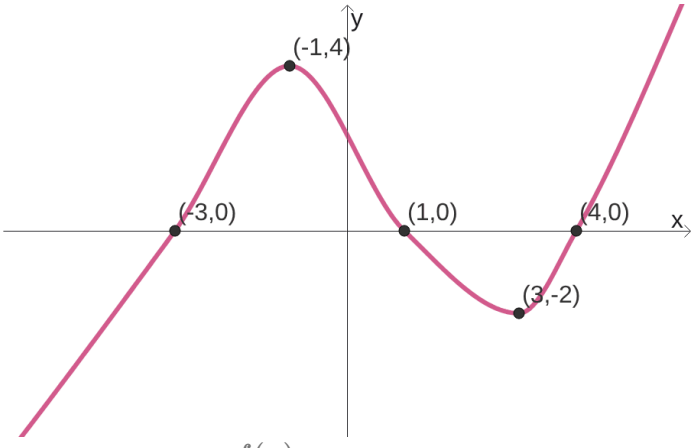
7 כמה פתרונות יש למשוואה $f(x)=1$?

8 פתרו את אי-השוויון $f(x)\le 0$.

9 $g(x)=f(x)+3$. מצאו את נקודות הקיצון הפנימיות של $g(x)$.

10 $g(x)=-f(x)$. מצאו את נקודות החיתוך של $g(x)$ עם ציר x ואת נקודת המינימום הפנימית שלה.

תרגילים 11–21 בציור גרף הפונקציה $f(x)$ המוגדרת לכל x. משמאל הגרף יורד למינוס אינסוף ומימין עולה לאינסוף.



גרף הפונקציה $f(x)$

11 מצאו את נקודות החיתוך של $f(x)$ עם ציר x.

12 מצאו את תחומי החיוביות ואת תחומי השליליות של $f(x)$.

13 מצאו את נקודות הקיצון של $f(x)$ וקבעו את סוגן.

14 מצאו את תחומי העלייה והירידה של $f(x)$.

15 כמה פתרונות יש למשוואה $f(x)=2$? ולמשוואה $f(x)=5$?

16 לאילו ערכי k יש למשוואה $f(x)=k$ בדיוק שני פתרונות?

17 $g(x)=f(x)-4$. מצאו את נקודות הקיצון של $g(x)$. כמה נקודות חיתוך יש לה עם ציר x?

18 $g(x)=f(x-3)$. מצאו את נקודות החיתוך של $g(x)$ עם ציר x.

19 $g(x)=f(x+1)$. מצאו את נקודות הקיצון של $g(x)$.

20 $g(x)=-f(x)$. מצאו את תחומי החיוביות של $g(x)$ ואת נקודות הקיצון שלה.

21 $g(x)=f(x)+2$. מה נקודת הקיצון של $g(x)$ שנמצאת על ציר x?

22 נתונה הפונקציה $f(x)=2x-6$. מצאו את נקודות החיתוך עם הצירים ואת תחום החיוביות.

23 נתונה הפונקציה $f(x)=-3x+12$. האם היא עולה או יורדת? מצאו את תחום השליליות.

24 נתונה הפונקציה $f(x)=x^2-4x-5$. מצאו את נקודות החיתוך עם הצירים.

25 $f(x)=x^2-4x-5$. מצאו את נקודת הקיצון, את תחומי העלייה והירידה ואת תחומי החיוביות והשליליות.

26 נתונה הפונקציה $f(x)=-x^2+2x+3$. מצאו את נקודת הקיצון ואת תחום החיוביות.

27 נתונה הפונקציה $f(x)=(x-1)^2$. מצאו את תחום השליליות. הסבירו.

28 נתונה הפונקציה $f(x)=-x^2-1$. האם יש לה נקודות חיתוך עם ציר x? מה תחום השליליות?

29 נתונה הפונקציה $f(x)=x^2+2x$. הזיזו אותה 3 יחידות ימינה. כתבו את הפונקציה החדשה $g(x)$ ומצאו את קודקודה.

30 נתונה הפונקציה $f(x)=x^2-1$. כתבו את $g(x)=-f(x)$ ומצאו את נקודת הקיצון שלה וסוגה.

31 פונקציה ריבועית עולה בתחום $x > 2$ ויורדת בתחום $x < 2$, והערך הקטן ביותר שלה -3. מהו קודקודה? כתבו דוגמה לפונקציה כזו.

32 נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 - 6x + k$. לאילו ערכי k היא חיובית לכל x?

33 אתגר: הפונקציה $f(x) = -(x-a)^2 + 4$ חותכת את ציר x ב-$x = 1$ וב-$x = 5$.
מצאו את a ואת תחום החיוביות.

✔ תשובות סופיות – נושא 8.1

1. $-4 \leq x \leq 5$
2. ציר x: $(-2,0)$, $(2,0)$, $(4,0)$; ציר y: $(0,-3)$
3. חיובית: $-4 \leq x < -2$, $2 < x < 4$; שלילית: $-2 < x < 2$, $4 < x \leq 5$
4. $(-4,3)$ מקסימום (קצה), $(0,-3)$ מינימום, $(3,2)$ מקסימום, $(5,-2)$ מינימום (קצה)
5. עלייה: $0 < x < 3$; ירידה: $-4 < x < 0$, $3 < x < 5$
6. הגדול: 3 ; הקטן: -3
7. 3 פתרונות
8. $-2 \leq x \leq 2$ או $4 \leq x \leq 5$
9. $(0,0)$ מינימום, $(3,5)$ מקסימום
10. $(-2,0)$, $(2,0)$, $(4,0)$; $(3,-2)$
11. $(-3,0)$, $(1,0)$, $(4,0)$
12. חיובית: $-3 < x < 1$, $x > 4$; שלילית: $x < -3$, $1 < x < 4$
13. $(-1,4)$ מקסימום, $(3,-2)$ מינימום
14. עלייה: $x < -1$, $x > 3$; ירידה: $-1 < x < 3$
15. 3 ; 1
16. $k = 4$ או $k = -2$
17. $(-1,0)$ מקסימום, $(3,-6)$ מינימום ; 2 נקודות
18. $(0,0)$, $(4,0)$, $(7,0)$
19. $(-2,4)$ מקסימום, $(2,-2)$ מינימום
20. חיובית: $x < -3$, $1 < x < 4$; $(-1,-4)$ מינימום, $(3,2)$ מקסימום
21. $(3,0)$ – מינימום
22. $(3,0)$, $(0,-6)$; חיובית: $x > 3$
23. יורדת ; שלילית: $x > 4$

24 $(-1,0)$, $(5,0)$; $(0,-5)$

25 $(2,-9)$ מינימום ; עלייה $x>2$, ירידה $x<2$; חיובית $x<-1$ או $x>5$, שלילית $-1<x<5$

26 $(1,4)$ מקסימום ; חיובית: $-1<x<3$

27 אין - $f(x)\geq 0$ לכל x (מתאפסת רק ב- $x=1$)

28 אין ; שלילית לכל x

29 $g(x)=(x-3)^2+2(x-3)=x^2-4x+3$; $(2,-1)$

30 $g(x)=-x^2+1$; $(0,1)$ מקסימום

31 $(2,-3)$; למשל $f(x)=(x-2)^2-3$

32 $k>9$

33 $a=3$; חיובית: $1<x<5$

פרק 8 סיכומון סוף פרק – תכונות פונקציה

חיתוך עם הצירים

- ציר x: $y=0$; ציר y: $x=0$.

חיוביות ושליליות

- חיובית – הגרף מעל ציר x; שלילית – מתחת.
- מתחלפות רק בנקודות חיתוך עם ציר x.

קיצון

- מקסימום – 'פסגה'; מינימום – 'עמק'.
- בתחום סגור – גם נקודות הקצה.

עלייה וירידה

- קוראים משמאל לימין.
- מתחלפות בנקודות הקיצון.

הזזות ושיקוף

- $f(x)+k$ – למעלה k (קיצון זז, x לא).
- $f(x-h)$ – ימינה h.
- $-f(x)$ – שיקוף בציר x: חיובי↔שלילי, מקס↔מינ.

מספר פתרונות

- $f(x)=k$ – כמה פעמים הישר $y=k$ חותך את הגרף.

⚠ טעויות נפוצות – שימו לב!

- לכתוב תחום עלייה עם y במקום עם x.
- $f(x-2)$ זז ימינה – לא שמאלה.
- לכלול בתחום חיוביות את נקודות החיתוך (שם $f=0$).

💡 **הטיפ של אילון:** עקבו עם האצבע על הגרף משמאל לימין – כך קוראים נכון עלייה, ירידה וסימן.

פרק 9

חוקי חזקות ושורשים

מעריך טבעי ומעריך אפס, ושורש ריבועי

📌 סיכומון הפרק – כל הנוסחאות והכללים בעמוד אחד ←

9.1 חוקי חזקות ושורשים — 37 תרגילים

🎬 סרטוני הסבר מהערוץ – סרקו וצפו



חוקי חזקות לכיתה ז'
YouTube · 8:09



חוקי שורשים לכיתה ז'
YouTube · 4:47

9.1 חוקי חזקות ושורשים

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, $(a^m)^n = a^{mn}$, $(ab)^n = a^n b^n$, $a^0 = 1$ $(a \neq 0)$.

שורשים: $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$, $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

צפו לפני שמתחילים:

חוקי חזקות לכיתה ז'
YouTube · 8:09

חוקי שורשים לכיתה ז'
YouTube · 4:47

למידת חוקי חזקות עם הסברים והוכחות
YouTube · 18:37

1. חשבו: 2^5.
2. חשבו: $(-3)^4$.
3. חשבו: -3^4.
4. חשבו: $(-2)^5$.
5. חשבו: $7^0 + 0^7$.
6. חשבו: $2^3 \cdot 2^4$.
7. חשבו: $\frac{5^8}{5^6}$.
8. חשבו: $(3^2)^3$.
9. פשטו: $a^5 \cdot a^3$.
10. פשטו: $\frac{x^9}{x^4}$.

11 פשטו: $(x^3)^4$.

12 פשטו: $(2a^3)^2$.

13 פשטו: $\frac{12x^7y^3}{4x^2y}$.

14 פשטו: $(a^2b)^3 \cdot ab^2$.

15 פשטו: $\frac{(x^2)^5}{x^3 \cdot x^7}$.

16 כתבו כחזקה אחת של 2: $8 \cdot 4^3$.

17 כתבו כחזקה אחת של 3: $\frac{27^2}{9}$.

18 מה גדול יותר: 2^{30} או 8^9? נמקו.

19 פתרו: $2^x = 32$.

20 פתרו: $3^{x+1} = 81$.

21 פתרו: $5^{2x} = 125$.

22 חשבו: $\sqrt{49} + \sqrt{0.25}$.

23 חשבו: $\sqrt{16 \cdot 25}$.

24 חשבו: $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$.

25 חשבו: $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{2}}$.

26 חשבו: $(\sqrt{7})^2$.

27 פשטו: $\sqrt{50}$.

28 פשטו: $\sqrt{48}+\sqrt{12}$.

29 פשטו: $3\sqrt{8}-\sqrt{18}$.

30 פשטו: $\sqrt{x^2}$ כאשר $x>0$, ואת $\sqrt{x^4}$.

31 בין אילו שני מספרים שלמים עוקבים נמצא $\sqrt{40}$?

32 שטח ריבוע הוא 72 סמ"ר. מצאו את אורך הצלע בצורה מפושטת.

33 פתחו סוגריים: $(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)$.

34 פתחו: $(\sqrt{3}+2)^2$.

35 אתגר: חשבו $\frac{2^{10}+2^{10}}{2^9}$.

36 אתגר: מצאו את n אם $4^n\cdot 8=2^{11}$.

37 אתגר: מהי ספרת האחדות של 3^{20}?

✔ תשובות סופיות – נושא 9.1

1	32
2	81
3	-81
4	-32
5	1
6	128
7	25
8	729
9	a^8
10	x^5
11	x^{12}
12	$4a^6$
13	$3x^5y^2$
14	a^7b^5
15	1
16	$2^3 \cdot 2^6 = 2^9$
17	$\frac{3^6}{3^2} = 3^4$
18	$8^9 = 2^{27}$, לכן 2^{30} גדול יותר
19	$x = 5$
20	$x = 3$
21	$x = \frac{3}{2}$
22	$\frac{15}{2}$
23	20

24	6
25	6
26	7
27	$5\sqrt{2}$
28	$4\sqrt{3}+2\sqrt{3}=6\sqrt{3}$
29	$6\sqrt{2}-3\sqrt{2}=3\sqrt{2}$
30	x ; x^2
31	בין 6 ל-7
32	$\sqrt{72}=6\sqrt{2}$ ס"מ
33	$5-1=4$
34	$7+4\sqrt{3}$
35	$\frac{2^{11}}{2^9}=4$
36	$2^{2n+3}=2^{11}$, $n=4$
37	1 (המחזור $3,9,7,1$)

פרק 9 סיכומון סוף פרק – חוקי חזקות ושורשים

חוקי חזקות

- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
- $(a^m)^n = a^{mn}$
- $(ab)^n = a^n b^n$

מקרים מיוחדים

- $a^0 = 1$,$(a \neq 0)$ $a^1 = a$.
- $(-2)^4 = 16$ אבל $-2^4 = -16$.

אותו בסיס

- $8 = 2^3$, $27 = 3^3$, $125 = 5^3$ – עוזר להשוות ולפתור $2^x = 32$.

שורשים

- $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$, $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.
- $(\sqrt{a})^2 = a$.
- מפשטים: $\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = 5\sqrt{2}$.

חיבור שורשים

- מחברים רק שורשים זהים: $4\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$.

⚠ טעויות נפוצות – שימו לב!

- $a^m \cdot a^n \neq a^{mn}$ – בכפל מחברים מעריכים.
- $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$.
- $(2a)^3 \neq 2a^3$.

💡 **הטיפ של אילון:** כשיש ספק – פרקו לכפל: $a^3 \cdot a^2 = (aaa)(aa) = a^5$. החוק תמיד יתאים.

פרק 10

בעיות מילוליות

גיאומטריה, תנועה ואחוזים – מתרגמים סיפור למשוואה

📌 סיכומון הפרק – כל הנוסחאות והכללים בעמוד אחד ←

10.1 גיאומטריות, תנועה ואחוזים

30 תרגילים

🎬 סרטוני הסבר מהערוץ – סרקו וצפו



מתמטיקה - בעיות תנועה לתיכון

YouTube · 12:26



אחוזים לחטיבה – הסבר מלא וברור

YouTube · 8:13

10.1 גיאומטריות, תנועה ואחוזים

1. מגדירים משתנה. 2. כותבים את הנתונים בטבלה (בתנועה: דרך = מהירות × זמן). 3. בונים משוואה. 4. פותרים ובודקים שהתשובה הגיונית (אורך חיובי, מהירות חיובית).

צפו לפני שמתחילים:

מתמטיקה - בעיות תנועה לתיכון
YouTube · 12:26

אחוזים לחטיבה – הסבר מלא וברור
YouTube · 8:13

1 אורך מלבן גדול ב-4 ס"מ מרוחבו, ושטחו 45 סמ"ר. מצאו את מידות המלבן.

2 היקף מלבן 26 ס"מ ושטחו 40 סמ"ר. מצאו את מידותיו.

3 במשולש ישר זווית ניצב אחד ארוך ב-7 ס"מ מהשני, והיתר 13 ס"מ. מצאו את הניצבים.

4 בגינה מלבנית 8×12 מ' רוצים שביל ברוחב קבוע מסביב, כך שהשטח הכולל יהיה 192 מ"ר. מה רוחב השביל?

5 מגדילים כל צלע של ריבוע ב-3 ס"מ, והשטח גדל פי 4. מה הייתה הצלע?

6 שטח משולש 24 סמ"ר, והגובה קצר ב-2 ס"מ מהבסיס. מצאו את הבסיס ואת הגובה.

7 מספר הצלעות n של מצולע ומספר האלכסונים שלו $\frac{n(n-3)}{2}$. למצולע יש 20 אלכסונים. כמה צלעות לו?

8 סכום של מספר וריבועו הוא 42. מצאו את המספר.

9 סכום ריבועיהם של שני מספרים זוגיים עוקבים הוא 100. מצאו אותם.

10 מכונית נסעה 240 ק"מ. אילו נסעה מהר יותר ב-20 קמ"ש, הייתה מגיעה שעה קודם. מה הייתה מהירותה?

11 שני רוכבים יצאו באותו זמן מעיר A לעיר B המרוחקות 60 ק"מ. מהירות הראשון גדולה ב-5 קמ"ש, והוא הגיע שעה לפני השני. מצאו את המהירויות.

12 רכבת ומכונית יצאו זו לקראת זו משתי ערים המרוחקות 300 ק"מ, ונפגשו אחרי 2 שעות. מהירות הרכבת גדולה ב-30 קמ"ש. מצאו את המהירויות.

13 סירה שטה 24 ק"מ עם הזרם ו-24 ק"מ נגד הזרם, בסה"כ 5 שעות. מהירות הזרם 2 קמ"ש. מהי מהירות הסירה במים עומדים?

14 הולך רגל ורוכב אופניים יצאו באותו זמן לכיוונים מנוגדים. מהירות הרוכב פי 3 ממהירות ההולך, ואחרי 2 שעות המרחק ביניהם 32 ק"מ. מצאו את המהירויות.

15 מחיר חולצה 120 ש"ח. המחיר עלה ב-15%. מהו המחיר החדש?

16 אחרי הנחה של 20% שילמו 96 ש"ח. מה היה המחיר המקורי?

17 מחיר מוצר עלה ב-10% ואחר כך ירד ב-10%. האם חזר למחירו המקורי? בכמה אחוזים השתנה?

18 בכיתה 35 תלמידים, 40% מהם בנות. כמה בנים בכיתה?

19 מחיר מחשב ירד מ-4000 ל-3400 ש"ח. בכמה אחוזים ירד?

20 מחיר עלה פעמיים באותו אחוז p, מ-100 ל-121 ש"ח. מצאו את p.

21 בחנות א' המחיר x ש"ח, ובחנות ב' יקר ב-25%. ההפרש 30 ש"ח. מצאו את x.

22 לאחר הוזלה של $x\%$ ועוד הוזלה של $x\%$, ירד המחיר מ-400 ל-256 ש"ח. מצאו את x.

23 גיל האב היום פי 3 מגיל הבן. בעוד 10 שנים יהיה גיל האב פי 2 מגיל הבן. מה גיליהם היום?

24 מכפלת גילו של דני לפני 2 שנים ובעוד 2 שנים היא 45. בן כמה דני?

25 בתיאטרון מספר המושבים בכל שורה גדול ב-6 ממספר השורות. יש 280 מושבים. כמה שורות?

26 משאבה א' ממלאת מכל ב-x שעות, ומשאבה ב' בשעתיים פחות. יחד הן ממלאות אותו ב-$\frac{12}{5}$ שעות. מצאו את x.

27 שני מספרים: סכומם 20 וסכום ריבועיהם 208. מצאו אותם.

28 ספר מחולק לפרקים שווים. אם היו 2 פרקים פחות, כל פרק היה ארוך ב-5 עמודים. בספר 120 עמודים. כמה פרקים בספר?

29 אתגר: מלבן ומשולש ישר זווית: אורך המלבן שווה ליתר, רוחבו שווה לניצב הקצר. הניצבים x ו-$x+7$ והיתר $x+8$. מצאו את שטח המלבן.

30 אתגר: רוכב נוסע מ-A ל-B (48 ק"מ) וחוזר במהירות גדולה ב-4 קמ"ש. הדרך הלוך-ושוב לקחה 10 שעות. מה מהירותו בדרך הלוך?

✔ תשובות סופיות – נושא 10.1

1	5 ו-9 ס"מ
2	5 ו-8 ס"מ
3	5 ו-12 ס"מ
4	2 מ'
5	3 ס"מ
6	בסיס 8, גובה 6
7	8
8	6 או -7
9	$6,8$ או $-6,-8$
10	60 קמ"ש
11	20 ו-15 קמ"ש
12	מכונית 60, רכבת 90 קמ"ש
13	10 קמ"ש
14	הולך 4, רוכב 12 קמ"ש
15	138 ש"ח
16	120 ש"ח
17	לא – ירד ב-1%
18	21
19	15%
20	$p=10\%$
21	$x=120$
22	$x=20$
23	בן 10, אב 30

24	7
25	14
26	$x = 6$
27	8 ו-12
28	8
29	$x = 5$; $13 \cdot 5 = 65$ סמ"ר
30	8 קמ"ש

פרק 10 סיכומון סוף פרק – בעיות מילוליות

שלבי פתרון

- מגדירים משתנה עם יחידות.
- טבלה מסודרת של הנתונים.
- משוואה – פתרון – בדיקה מול הסיפור.

אחוזים

- עלייה ב-$p\%$: כפול $\left(1+\frac{p}{100}\right)$.
- ירידה ב-$p\%$: כפול $\left(1-\frac{p}{100}\right)$.
- שינוי באחוזים $\cdot\,100 = \frac{\Delta}{x_0}$.

גיאומטריה

- שטח מלבן $a\cdot b$, היקף $2(a+b)$.
- פיתגורס: $a^2+b^2=c^2$.
- אורכים – רק חיוביים.

גילים ומספרים

- בעוד t שנים – מוסיפים t לכולם.
- מספרים עוקבים: $n, n+1$; זוגיים עוקבים: $n, n+2$.

תנועה

- דרך $=$ מהירות $\times$ זמן.
- לקראת – מהירויות מתחברות; אותו כיוון – מחסירים.
- עם/נגד הזרם: $v \pm u$.

⚠ טעויות נפוצות – שימו לב!

- לחבר אחוזים: $+10\%$ ואחר כך -10% זה לא 0%.
- לשכוח לפסול פתרון שלילי (מהירות, אורך).
- לבלבל ביחידות (דקות/שעות).

💡 **הטיפ של אילון:** בבעיות תנועה – טבלה של דרך/מהירות/זמן לכל משתתף. המשוואה כמעט כותבת את עצמה.

פרק 11

הסתברות

משלים, ניסוי דו-שלבי, טבלה ועץ

📌 סיכומון הפרק – כל הנוסחאות והכללים בעמוד אחד ←

11.1 משלים, ניסוי דו-שלבי, טבלה ועץ 33 תרגילים

🎬 סרטוני הסבר מהערוץ – סרקו וצפו



הסתברות עם טבלה – המבנה הנכון והיישום בבגרות

YouTube · 4:30



קורס הסתברות - דיאגרמת עץ

YouTube · 8:11

11.1 משלים, ניסוי דו-שלבי, טבלה ועץ

$P(A)=\frac{m}{n}$ כשכל המקרים שווי-סיכוי. משלים: $P(\bar{A})=1-P(A)$. בעץ: כופלים לאורך ענף, מחברים בין ענפים. (m – מקרים רצויים, n – כל המקרים).

צפו לפני שמתחילים:



הסתברות עם טבלה – המבנה הנכון והיישום בבגרות
YouTube · 4:30



הסתברות עם תרשים עץ – המבנה הנכון והיישום בבגרות
YouTube · 2:55



קורס הסתברות - דיאגרמת עץ
YouTube · 8:11



הסתברות "לפחות": איך לפתור שאלות הסתברות בקלות! + טיפים שלא הכרתם!
YouTube · 4:34

1. מטילים קובייה. מה ההסתברות לקבל מספר זוגי?
2. מטילים קובייה. מה ההסתברות לקבל מספר גדול מ-4?
3. בשקית 5 סוכריות אדומות ו-7 ירוקות. מוציאים אחת באקראי. מה ההסתברות שהיא ירוקה?
4. ההסתברות שירד גשם מחר היא 0.3. מה ההסתברות שלא ירד גשם?
5. בוחרים באקראי מספר מ-1 עד 20. מה ההסתברות שהוא מתחלק ב-3?
6. בוחרים מספר מ-1 עד 20. מה ההסתברות שהוא לא מתחלק ב-5 (מאורע משלים)?
7. מטילים מטבע פעמיים. מה ההסתברות לקבל שני "עץ"?
8. מטילים מטבע פעמיים. מה ההסתברות לקבל לפחות "עץ" אחד?
9. מטילים מטבע 3 פעמים. מה ההסתברות לקבל בדיוק "פלי" אחד?

10 מטילים שתי קוביות. מה ההסתברות שסכום התוצאות 7?

11 מטילים שתי קוביות. מה ההסתברות שהסכום גדול מ-10?

12 מטילים שתי קוביות. מה ההסתברות לקבל אותו מספר בשתיהן ("דאבל")?

13 מטילים שתי קוביות. מה ההסתברות שלפחות באחת יופיע 6?

14 מטילים קובייה ומטבע. מה ההסתברות לקבל 6 ו"עץ"?

15 בכד 3 כדורים אדומים ו-2 כחולים. מוציאים כדור, מחזירים, ומוציאים שוב. מה ההסתברות לשני כדורים אדומים?

16 באותו כד (3 אדומים, 2 כחולים) מוציאים שני כדורים **בלי החזרה**. מה ההסתברות לשני אדומים?

17 באותו כד מוציאים שני כדורים בלי החזרה. מה ההסתברות שהם בצבעים שונים?

18 בכד 4 לבנים ו-6 שחורים. מוציאים שניים בלי החזרה. מה ההסתברות שלפחות אחד לבן?

19 בכיתה 12 בנים ו-18 בנות. בוחרים שני תלמידים באקראי לתפקידים. מה ההסתברות ששניהם בנות?

20 קלע פוגע במטרה בהסתברות 0.8. הוא יורה פעמיים. מה ההסתברות שיפגע בדיוק פעם אחת?

21 אותו קלע (הסתברות פגיעה 0.8) יורה פעמיים. מה ההסתברות שיחטיא בשתיהן?

22 רמזור ירוק בהסתברות 0.4. נהג עובר בשני רמזורים בלתי תלויים. מה ההסתברות ששניהם ירוקים?

23 בטבלה התפלגות 200 תלמידים לפי מגדר ותחביב:
בנים: ספורט 60, מוזיקה 40 ; בנות: ספורט 30, מוזיקה 70.
מה ההסתברות שתלמיד אקראי הוא בת שאוהבת מוזיקה?

24 באותה טבלה: מה ההסתברות שתלמיד אקראי אוהב ספורט?

25 באותה טבלה: בוחרים תלמיד שאוהב מוזיקה. מה ההסתברות שזה בן?

26 באותה טבלה: מה ההסתברות שתלמיד אקראי הוא בן **או** אוהב ספורט?

27 סרטטו עץ: בשקית 2 סוכריות תות ו-3 לימון. דני לוקח סוכרייה ואוכל אותה, ואחריו רונית לוקחת סוכרייה. מה ההסתברות שרונית קיבלה תות?

28 60% מהתלמידים הולכים ברגל ו-40% נוסעים. מהולכי הרגל 10% מאחרים, ומהנוסעים 25% מאחרים. מה ההסתברות שתלמיד אקראי מאחר?

29 באותה שאלה: מה ההסתברות שתלמיד אקראי גם הולך ברגל וגם לא מאחר?

30 סביבון שמחולק ל-4 חלקים שווים (1,2,3,4) מסובבים פעמיים. מה ההסתברות שסכום התוצאות 5?

31 אתגר: בכד n כדורים, מתוכם 3 אדומים. ההסתברות להוציא אדום היא $\frac{1}{4}$. כמה כדורים בכד?

32 אתגר: בכד 5 כדורים לבנים ו-x שחורים. מוציאים שניים עם החזרה. ההסתברות ששניהם לבנים היא $\frac{25}{64}$. מצאו את x.

33 אתגר: ההסתברות שבמשחק יוסי מנצח היא p. ההסתברות שינצח בשני משחקים (בלתי תלויים) היא 0.49. מה ההסתברות שיפסיד בשניהם?

✔ תשובות סופיות – נושא 11.1

1. $\frac{1}{2}$
2. $\frac{1}{3}$
3. $\frac{7}{12}$
4. $\frac{7}{10} = 0.7$
5. $\frac{3}{10}$
6. $\frac{4}{5}$
7. $\frac{1}{4}$
8. $\frac{3}{4}$ (משלים ל- $\frac{1}{4}$)
9. $\frac{3}{8}$
10. $\frac{1}{6}$
11. $\frac{1}{12}$
12. $\frac{1}{6}$
13. $\frac{11}{36}$ (משלים: $1 - \frac{25}{36}$)
14. $\frac{1}{12}$
15. $\frac{9}{25}$
16. $\frac{3}{10}$
17. $\frac{3}{5}$
18. $\frac{2}{3}$
19. $\frac{51}{145}$
20. $\frac{8}{25} = 0.32$
21. $\frac{1}{25} = 0.04$
22. $\frac{4}{25} = 0.16$
23. $\frac{70}{200} = 0.35$

24	$\frac{90}{200}=0.45$
25	$\frac{40}{110}=\frac{4}{11}$
26	$\frac{60+40+30}{200}=0.65$
27	$\frac{2}{5}$
28	$0.6\cdot 0.1+0.4\cdot 0.25=0.16$
29	$0.6\cdot 0.9=0.54$
30	$\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$
31	$n=12$
32	$x=3$
33	$0.3^2=0.09\ ;\ p=0.7$

פרק 11 סיכומון סוף פרק – הסתברות

הגדרה

- מקרים שווי-סיכוי: $P = \frac{m}{n}$ (m – רצויים, n – כולם).
- $0 \le P \le 1$.

עץ

- כופלים לאורך ענף, מחברים בין ענפים מתאימים.
- בלי החזרה – בשלב השני משתנים המספרים.

משלים

- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.
- 'לפחות אחד' – $1 - P(0)$.

טבלה דו-ממדית

- שורה × עמודה; ההסתברות = התא חלקי הסך.
- 'מתוך אלה ש...' – מחלקים בסך השורה/העמודה.

ניסוי דו-שלבי

- מרחב: טבלה (שתי קוביות – 36 תוצאות).
- בלתי תלויים: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

⚠ טעויות נפוצות – שימו לב!

- לשכוח שבלי החזרה מספר הכדורים קטן.
- לחבר כשצריך לכפול (ולהפך).
- לספור פעמיים את המקרים המשותפים ב'או'.

💡 **הטיפ של אילון:** בכל שאלה של 'לפחות' – חשבו על המשלים. זה כמעט תמיד הדרך הקצרה.

פרק 12

דלתון

תכונות הדלתון, זוויות, האלכסון הראשי והמשני, שטח – וגם דלתון במערכת צירים

📌 סיכומון הפרק – כל הנוסחאות והכללים בעמוד אחד ←

12.1 **דלתון – תכונות, זוויות, אלכסונים ומערכת צירים** 35 תרגילים

🎬 סרטוני הסבר מהערוץ – סרקו וצפו



דלתון כיתה ט' – הסבר מלא וכל התכונות

YouTube · 7:33



דלתון בגיאומטריה – הסבר ותרגול

YouTube · 13:10

12.1 דלתון – תכונות, זוויות, אלכסונים ומערכת צירים

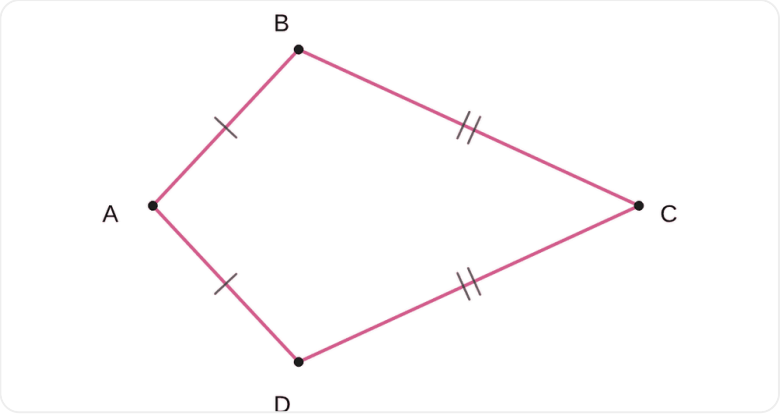
דלתון: שני זוגות של צלעות סמוכות שוות ($AB = AD$,$CB = CD$). האלכסון הראשי AC חוצה את הזוויות $\sphericalangle A$ ו-$\sphericalangle C$, מאונך לאלכסון המשני וחוצה אותו. $\sphericalangle B = \sphericalangle D$.
שטח $= \frac{AC \cdot BD}{2}$.

צפו לפני שמתחילים:

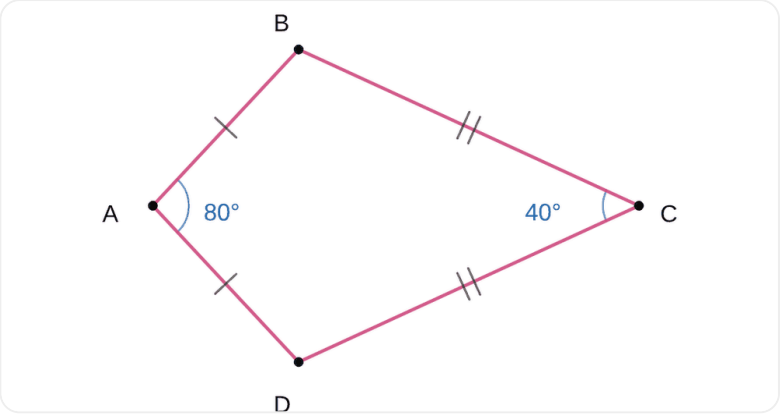
דלתון כיתה ט' – הסבר מלא וכל התכונות
YouTube · 7:33

דלתון בגיאומטריה – הסבר ותרגול
YouTube · 13:10

1 בדלתון $ABCD$ נתון: $AB = AD = 5$ ו-$CB = CD = 8$. מצאו את היקף הדלתון.

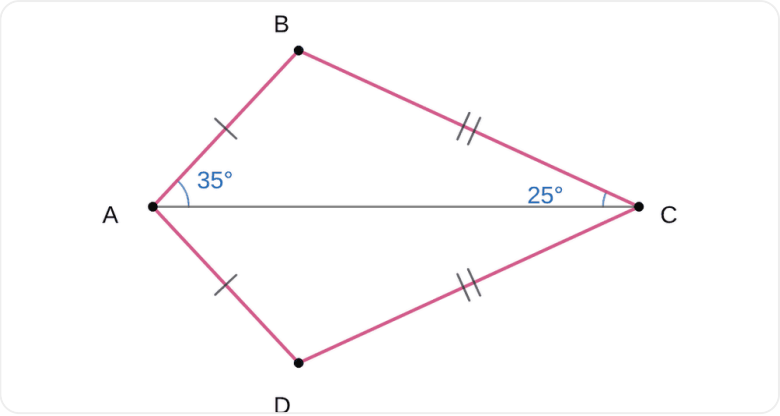


2 בדלתון $ABCD$ ($AB = AD$,$CB = CD$) נתון $\sphericalangle BAD = 80°$ ו-$\sphericalangle BCD = 40°$. מצאו את $\sphericalangle ABC$.



3 בדלתון $ABCD$ ($AB=AD$, $CB=CD$) נתון $\sphericalangle ABC=110^\circ$ ו- $\sphericalangle BAD=70^\circ$. מצאו את $\sphericalangle BCD$.

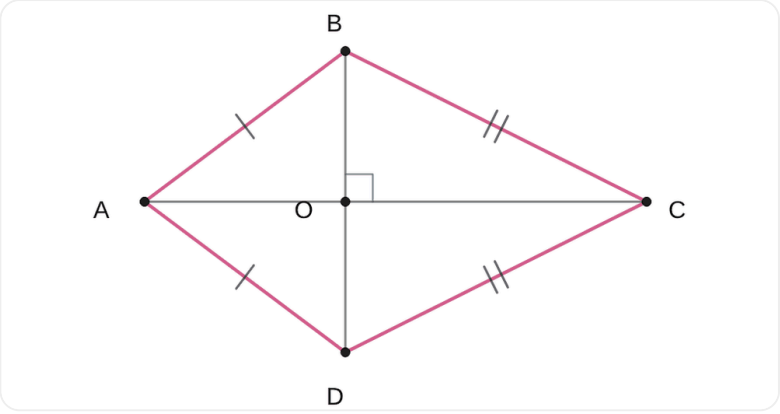
4 בדלתון $ABCD$ ($AB=AD$, $CB=CD$) נתון $\sphericalangle BAC=35^\circ$ ו- $\sphericalangle BCA=25^\circ$. מצאו את כל זוויות הדלתון.



5 אורכי האלכסונים בדלתון הם 8 ו- 14. מצאו את שטח הדלתון.

6 שטח דלתון הוא 60, ואורך אחד האלכסונים 12. מה אורך האלכסון השני?

7 בדלתון $ABCD$ ($AB=AD=10$, $CB=CD$) האלכסונים נחתכים בנקודה O, ו- $BD=12$. מצאו את AO.



8 בהמשך לתרגיל הקודם נתון גם $AC=20$. מצאו את CB ואת שטח הדלתון.

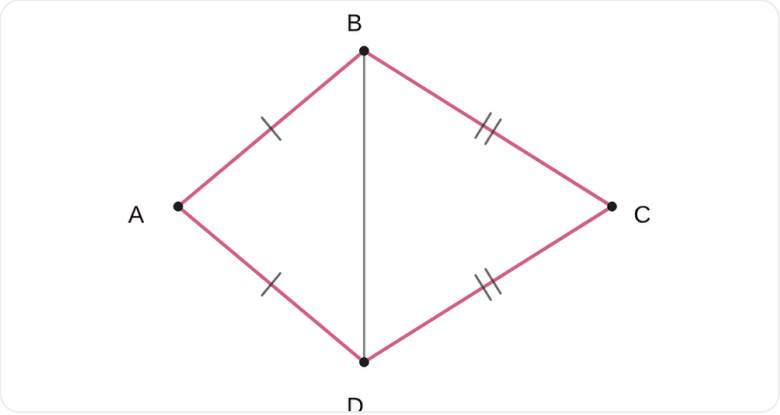
9 הוכיחו שבדלתון $ABCD$ ($AB=AD$, $CB=CD$) האלכסון הראשי AC חוצה את הזוויות $\sphericalangle A$ ו- $\sphericalangle C$.

10 הוכיחו שבדלתון האלכסון הראשי מאונך לאלכסון המשני וחוצה אותו.

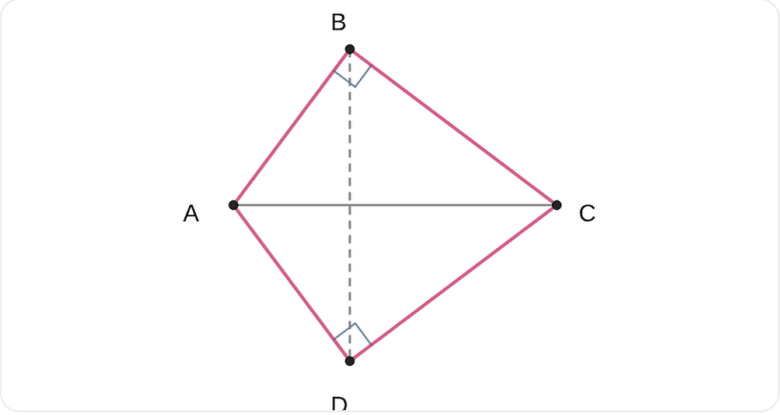
11 במרובע $ABCD$ האלכסון AC הוא האנך האמצעי של האלכסון BD. הוכיחו ש-$ABCD$ הוא דלתון.

12 במרובע $ABCD$ האלכסון AC חוצה את $\sphericalangle A$ ואת $\sphericalangle C$. הוכיחו ש-$ABCD$ הוא דלתון.

13 בדלתון $ABCD$ ($AB=AD$, $CB=CD$) נתון $\sphericalangle ABD=25^\circ$ ו-$\sphericalangle CBD=40^\circ$. מצאו את $\sphericalangle BAD$, את $\sphericalangle BCD$ ואת $\sphericalangle ABC$.



14 בדלתון $ABCD$ ($AB=AD$, $CB=CD$) הזוויות $\sphericalangle B$ ו-$\sphericalangle D$ ישרות, $AB=6$ ו-$BC=8$. מצאו את האלכסון AC, את שטח הדלתון ואת האלכסון BD.



15 בדלתון $ABCD$ ($AB=AD=8$, $CB=CD$) נתון $\sphericalangle BAD=60^\circ$ ו-$\sphericalangle BCD=90^\circ$. מצאו את BD ואת CB.

16 האם כל מעוין הוא דלתון? האם כל דלתון הוא מעוין? נמקו.

17 בדלתון $ABCD$ ($AB = AD$, $CB = CD$) הזוויות $\sphericalangle B$ ו-$\sphericalangle D$ ישרות ו-$\sphericalangle BAD = 50°$. מצאו את $\sphericalangle BCD$.

18 היקף דלתון $ABCD$ ($AB = AD$, $CB = CD$) הוא 40, והיחס $AB : BC = 2 : 3$. מצאו את אורכי הצלעות.

19 בדלתון האלכסון הראשי ארוך פי 2 מהאלכסון המשני, ושטח הדלתון 64. מצאו את אורכי האלכסונים.

20 בדלתון $ABCD$ ($AB = AD$, $CB = CD$) נתון $\sphericalangle B = \sphericalangle D = 105°$ ו-$\sphericalangle BAD = 2\sphericalangle BCD$. מצאו את $\sphericalangle BAD$ ואת $\sphericalangle BCD$.

21 במערכת צירים נתונות הנקודות $A(0,0)$, $B(3,4)$, $C(10,0)$, $D(3,-4)$. הראו ש-$ABCD$ הוא דלתון, ומצאו את שטחו.

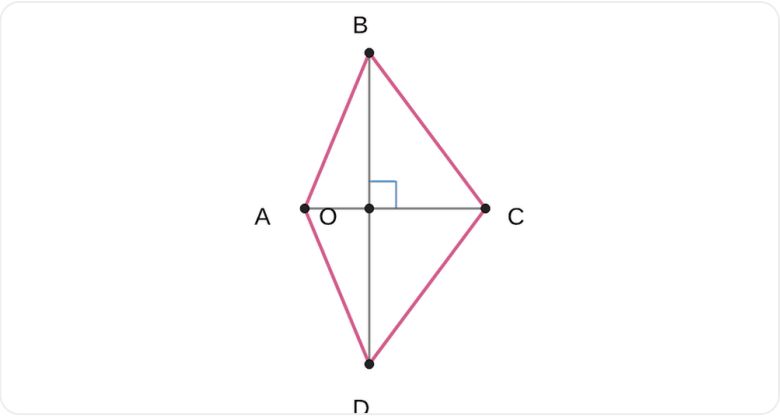
22 במערכת צירים נתונות $A(1,1)$, $C(9,1)$ ו-$B(4,5)$. מצאו את הנקודה D, כך ש-$ABCD$ יהיה דלתון שהאלכסון הראשי שלו הוא AC.

23 במערכת צירים $A(2,0)$, $B(4,3)$, $C(8,0)$. מצאו את D כך ש-$ABCD$ יהיה דלתון ש-AC אלכסון ראשי בו, ואת שטח הדלתון.

24 במערכת צירים $A(0,6)$, $C(0,-2)$, $B(-3,0)$. האלכסון הראשי AC מונח על ציר y. מצאו את D, את היקף הדלתון ואת שטחו.

25 נתונות $A(1,2)$, $B(6,3)$, $C(9,10)$, $D(2,7)$. חשבו את השיפועים של AC ושל BD, והראו שהאלכסונים מאונכים. הראו גם שאמצע BD נמצא על AC.

26 בדלתון $ABCD$ ($AB = AD = 13$, $CB = CD = 15$) האלכסון המשני $BD = 24$. מצאו את האלכסון הראשי AC ואת שטח הדלתון.



27 בדלתון $ABCD$ ($AB = AD$, $CB = CD$) הנקודה E על האלכסון הראשי AC. הוכיחו ש-$EB = ED$.

28 בדלתון $ABCD$ האלכסונים נחתכים ב-O. נתון $OB = 3$ ו-$CB = 5$. מצאו את OC.

29 בדלתון $ABCD$ ($AB = AD$, $CB = CD$) – אילו שתי זוויות שוות תמיד? נמקו.

30 בדלתון $ABCD$ ($AB = AD$, $CB = CD$) נתון $\sphericalangle ABD = 50°$ ו-$\sphericalangle CBD = 20°$. מצאו את $\sphericalangle BAD$ ואת $\sphericalangle BCD$.

31 במערכת צירים $A(-4,0)$, $B(0,3)$, $C(6,0)$, $D(0,-3)$. מצאו את היקף הדלתון ואת שטחו.

32 בדלתון $ABCD$ נתון $B(2,5)$ ו-$D(8,1)$. מצאו את נקודת החיתוך O של האלכסונים, ואת שיפוע האלכסון הראשי.

33 בדלתון $ABCD$ ($AB = AD$, $CB = CD$) נתון $\sphericalangle BAC = x$ ו-$\sphericalangle BCA = 2x$, ו-$\sphericalangle ABC = 90°$. מצאו את x ואת כל זוויות הדלתון.

34 בדלתון $ABCD$ ($AB = AD = 10$, $CB = CD$) האלכסון הראשי $AC = 21$ והאלכסון המשני $BD = 12$. מצאו את CB.

35 בדלתון אחד האלכסונים חוצה את השני. האם בהכרח השני חוצה את הראשון? הסבירו.

✔ תשובות סופיות – נושא 12.1

1	26
2	$\sphericalangle ABC = \sphericalangle ADC = 120^\circ$
3	$\sphericalangle BCD = 70^\circ$
4	$\sphericalangle A = 70^\circ$, $\sphericalangle C = 50^\circ$, $\sphericalangle B = \sphericalangle D = 120^\circ$
5	56
6	10
7	$AO = 8$
8	$CB = 6\sqrt{5}$; שטח 120
9	$\triangle ABC \cong \triangle ADC$ (צ.צ.צ), ולכן $\sphericalangle BAC = \sphericalangle DAC$ ו- $\sphericalangle BCA = \sphericalangle DCA$
10	במשולש שווה השוקיים ABD חוצה זווית הראש הוא גם גובה וגם תיכון
11	כל נקודה על אנך אמצעי נמצאת במרחקים שווים מקצות הקטע: $AB = AD$ ו- $CB = CD$
12	$\triangle ABC \cong \triangle ADC$ (ז.צ.ז), ולכן $AB = AD$ ו- $CB = CD$
13	$\sphericalangle BAD = 130^\circ$, $\sphericalangle BCD = 100^\circ$, $\sphericalangle ABC = 65^\circ$
14	$AC = 10$; שטח 48 ; $BD = 9.6$
15	$BD = 8$ (המשולש ABD שווה צלעות) ; $CB = 4\sqrt{2}$
16	כל מעוין הוא דלתון (גם שתי הצלעות הסמוכות שוות) ; לא כל דלתון הוא מעוין
17	130°
18	$AB = AD = 8$, $CB = CD = 12$
19	8 ו- 16
20	$\sphericalangle BAD = 100^\circ$, $\sphericalangle BCD = 50^\circ$
21	$AB = AD = 5$, $CB = CD = \sqrt{65}$; שטח 40
22	$D(4, -3)$

23 $D(4,-3)$; שטח 18

24 $D(3,0)$; היקף $2\cdot 3\sqrt{5}+2\cdot\sqrt{13}$; שטח 24

25 שיפוע AC הוא 1, שיפוע BD הוא -1 (מכפלה -1) ; אמצע BD הוא $(4,5)$, והוא על הישר $y=x+1$

26 $AC=14$; שטח 168

27 AC הוא האנך האמצעי של BD, ו-E עליו

28 $OC=4$

29 $\sphericalangle ABC=\sphericalangle ADC$ (זוויות מתאימות במשולשים החופפים ABC ו-ADC)

30 $\sphericalangle BAD=80^\circ$, $\sphericalangle BCD=140^\circ$

31 היקף $10+2\cdot 3\sqrt{5}$; שטח 30

32 $O(5,3)$; שיפוע AC הוא $\frac{3}{2}$

33 $x=30^\circ$; $\sphericalangle A=60^\circ$, $\sphericalangle C=120^\circ$, $\sphericalangle B=\sphericalangle D=90^\circ$

34 $AO=8$, $OC=13$; $CB=\sqrt{205}$

35 לא – רק האלכסון הראשי חוצה את המשני (אלא אם הדלתון מעוין)

פרק 12 סיכומון סוף פרק – דלתון

הגדרה ותכונות

- דלתון: שני זוגות של צלעות סמוכות שוות – $AB = AD$, $CB = CD$.
- $\sphericalangle B = \sphericalangle D$ – הזוויות שבין הצלעות השונות.
- $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ (צ.צ.צ).

חישובי אורכים

- O – חיתוך האלכסונים: $\triangle AOB$ ו-$\triangle COB$ ישרי זווית ב-O.
- פיתגורס: $AB^2 = AO^2 + BO^2$, $CB^2 = CO^2 + BO^2$.

האלכסון הראשי

- חוצה את $\sphericalangle A$ ואת $\sphericalangle C$.
- מאונך לאלכסון המשני BD וחוצה אותו.
- הוא האנך האמצעי של BD.

איך מוכיחים שמרובע הוא דלתון

- שני זוגות של צלעות סמוכות שוות.
- אלכסון אחד הוא האנך האמצעי של השני.
- אלכסון אחד חוצה שתי זוויות נגדיות.

שטח

- $S = \frac{AC \cdot BD}{2}$ – מכפלת האלכסונים חלקי 2.
- אם נתון שטח ואלכסון – מוצאים את האלכסון השני.

דלתון במערכת צירים

- אורך צלע – פיתגורס על הפרשי השיעורים.
- אלכסונים מאונכים: מכפלת השיפועים -1.
- אמצע BD נמצא על AC; D – שיקוף של B ביחס ל-AC.

⚠ טעויות נפוצות – שימו לב!

- להחליף בין הזוויות: השוות הן $\sphericalangle B$ ו-$\sphericalangle D$, לא $\sphericalangle A$ ו-$\sphericalangle C$.
- לחשוב שהאלכסון המשני חוצה את הראשי – רק הראשי חוצה את המשני.
- לשכוח לחלק ב-2 בנוסחת השטח.

💡 **הטיפ של אילון:** בכל דלתון – קודם כל שרטטו את שני האלכסונים וסמנו זווית ישרה ב-O. כמעט כל שאלה נפתרת משם עם פיתגורס.

פרק 13

משולש שווה שוקיים ומשולש 30-60-90

משפטים הפוכים, יחסים בין צלעות לזוויות, אי-שוויון המשולש והמשולש ישר הזווית עם זוויות 30° ו-60°

📌 סיכומון הפרק – כל הנוסחאות והכללים בעמוד אחד ←

13.1 שווה שוקיים, צלעות וזוויות, ומשולש 30-60-90

34 תרגילים

סרטוני הסבר מהערוץ – סרקו וצפו

משולש שווה שוקיים – כל מה שחייבים להכיר
YouTube · 10:57

משולש שווה שוקיים – זוויות בסיס, גובה, תיכון וחוצה זווית
YouTube · 10:26

משולש שווה שוקיים – קווים מיוחדים
YouTube · 4:47

המחשות אינטראקטיביות – סרקו ושחקו בגרף

מעבדת המשולש
גררו את קודקודי המשולש וראו קטעים מיוחדים, תיכונים ותיכון ליתר משתנים בזמן אמת.

13.1 שווה שוקיים, צלעות וזוויות, ומשולש 90-60-30

מול זוויות שוות – צלעות שוות (ולהפך). אם בקטע מיוחד במשולש שניים מהתפקידים (גובה, תיכון, חוצה זווית) מתקיימים – המשולש שווה שוקיים. מול הזווית הגדולה – הצלע הגדולה. במשולש ישר זווית עם זווית 30°: הניצב שמולה שווה לחצי היתר, והניצב השני גדול ממנו פי $\sqrt{3}$.

צפו לפני שמתחילים:

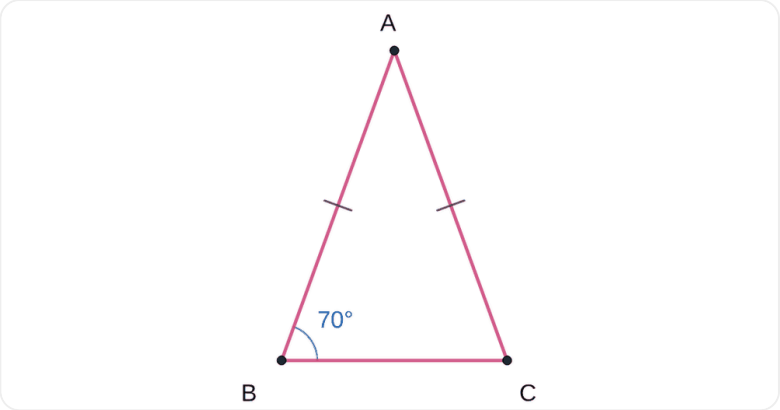
משולש שווה שוקיים – כל מה שחייבים להכיר
YouTube · 10:57

משולש שווה שוקיים – זוויות בסיס, גובה, תיכון וחוצה זווית
YouTube · 10:26

משולש שווה שוקיים – קווים מיוחדים
YouTube · 4:47

כל משפטי משולש ישר זווית
YouTube · 10:16

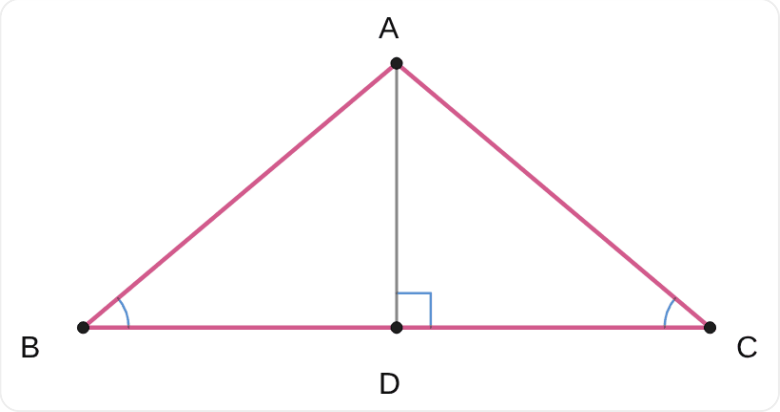
1 במשולש ABC נתון $AB=AC$ ו- $\sphericalangle B=70^\circ$. מצאו את $\sphericalangle A$.



2 במשולש שווה שוקיים זווית הראש 50°. מצאו את זוויות הבסיס.

3 במשולש ABC נתון $\sphericalangle B=\sphericalangle C=55^\circ$ ו- $AB=9$. מצאו את AC ונמקו לפי איזה משפט.

4 במשולש ABC נתון $\sphericalangle B = \sphericalangle C$. AD הוא גובה לצלע BC, ו-$BC = 8$. מצאו את BD.



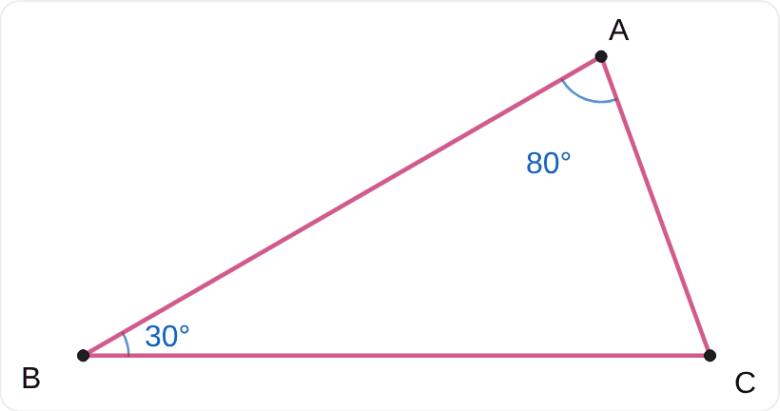
5 במשולש ABC התיכון AD הוא גם גובה. הוכיחו ש-$AB = AC$.

6 במשולש ABC חוצה הזווית AD הוא גם גובה. הוכיחו ש-$AB = AC$.

7 במשולש ABC חוצה הזווית AD הוא גם תיכון. מהו סוג המשולש? (המשפט ההפוך)

8 במשולש ABC נתון $\sphericalangle A = 40°$ ו-$\sphericalangle B = 70°$. אילו שתי צלעות שוות? נמקו.

9 במשולש ABC נתון $\sphericalangle A = 80°$, $\sphericalangle B = 30°$. סדרו את צלעות המשולש מהקצרה לארוכה.



10 במשולש ABC: $AB = 7$, $BC = 9$, $AC = 5$. איזו זווית היא הגדולה ביותר, ואיזו הקטנה ביותר?

11 האם קיים משולש שצלעותיו 3, 4, 8? נמקו בעזרת אי-שוויון המשולש.

12 שתי צלעות במשולש הן 5 ו-9. מה התחום האפשרי לצלע השלישית x?

13 במשולש שווה שוקיים אורך השוק 6. מה התחום האפשרי לאורך הבסיס?

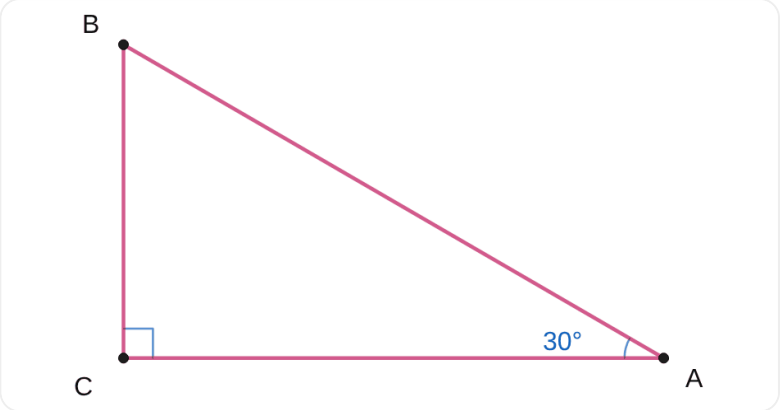
14 במשולש שווה שוקיים צלע אחת 4 וצלע שנייה 9. מה היקף המשולש? (שימו לב – יש רק אפשרות אחת)

15 במשולש ABC ($AB=AC$) מאריכים את BC מעבר ל-C עד D, כך ש-$CD=CA$. נתון $\sphericalangle BAC=36^\circ$. מצאו את $\sphericalangle ADC$.

16 במשולש ABC ($AB=AC$) הנקודה D על BC כך ש-$AD=BD$. נתון $\sphericalangle B=40^\circ$. מצאו את $\sphericalangle DAC$.

17 במשולש ישר זווית ABC ($\sphericalangle C=90^\circ$) נתון $\sphericalangle A=30^\circ$ והיתר $AB=12$. מצאו את BC.

18 במשולש ABC ($\sphericalangle C=90^\circ$, $\sphericalangle A=30^\circ$) הניצב $BC=5$. מצאו את היתר AB ואת הניצב AC.



19 במשולש ישר זווית אחת הזוויות החדות 60° והיתר 20. מצאו את שני הניצבים.

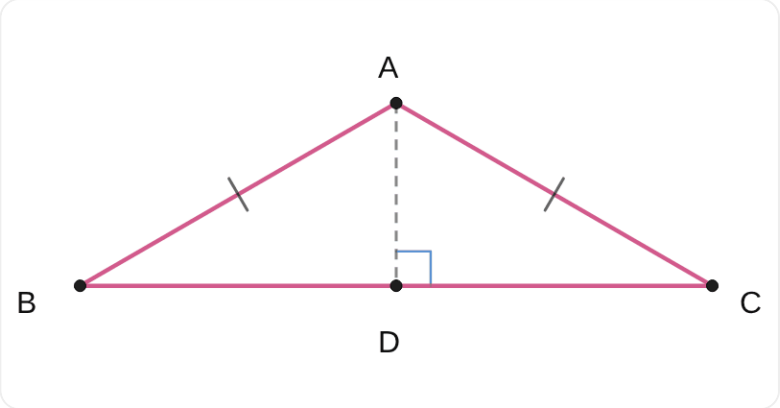
20 במשולש ישר זווית הניצב הארוך $6\sqrt{3}$, והזווית שמולו 60°. מצאו את הניצב הקצר ואת היתר.

21 במשולש ישר זווית היתר 14 ואחד הניצבים 7. מצאו את הזוויות החדות.

22 במשולש שווה צלעות שאורך צלעו 8 מעבירים גובה. מצאו את אורך הגובה ואת שטח המשולש.

23 גובה משולש שווה צלעות הוא 9. מצאו את אורך הצלע.

24 במשולש שווה שוקיים ABC ($AB=AC$) זווית הראש 120° והבסיס $BC=10\sqrt{3}$. מצאו את הגובה לבסיס ואת אורך השוק.



25 במשולש ABC נתון $\sphericalangle B=30^\circ$, $\sphericalangle C=45^\circ$ ו-$AB=8$. AD גובה לצלע BC. מצאו את AD, את BD ואת DC.

26 סולם באורך 6 מטר נשען על קיר, והזווית בינו לבין הרצפה 60°. באיזה גובה נוגע הסולם בקיר, ובאיזה מרחק מהקיר עומד בסיסו?

27 במשולש ישר זווית ABC ($\sphericalangle C=90^\circ$) הנקודה D על AC כך ש-BD חוצה את $\sphericalangle B$, ונתון $\sphericalangle A=30^\circ$. הוכיחו ש-$AD=BD$.

28 בהמשך לתרגיל הקודם נתון $BC=6$. מצאו את DC, את BD ואת AD.

29 במערכת צירים $A(0,0)$, $B(6,0)$. מצאו את הנקודה C ברביע הראשון, כך שהמשולש ABC יהיה שווה צלעות.

30 במערכת צירים $A(1,1)$, $B(7,1)$, $C(4,5)$. הראו שהמשולש שווה שוקיים, ומצאו את גובהו לבסיס AB ואת שטחו.

31 במשולש ABC נתון $AB=AC$, והנקודות D ו-E על BC כך ש-$BD=CE$. הוכיחו ש-$AD=AE$.

32 במשולש ABC זווית חיצונית ליד C היא 110°, ו- $\sphericalangle A = 55^\circ$. הראו שהמשולש שווה שוקיים וקבעו אילו צלעות שוות.

33 במשולש ישר זווית ושווה שוקיים הניצב 7. מצאו את היתר ואת הזוויות החדות.

34 במשולש ABC ($\sphericalangle C = 90^\circ$) נתון $\sphericalangle B = 60^\circ$ ו- $AC = 12$. מצאו את BC ואת AB.

✔ תשובות סופיות – נושא 13.1

1. $\sphericalangle A = 40^\circ$
2. 65° כל אחת
3. $AC = 9$ – מול זוויות שוות מונחות צלעות שוות (המשפט ההפוך)
4. $BD = 4$ – המשולש שווה שוקיים, והגובה לבסיס הוא גם תיכון
5. $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ (צ.ז.צ) ולכן $AB = AC$
6. $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ (ז.צ.ז) ולכן $AB = AC$
7. משולש שווה שוקיים ($AB = AC$)
8. $\sphericalangle B = \sphericalangle C = 70^\circ$, ולכן $AB = AC$
9. $AC < AB < BC$ (מול הזווית הקטנה הצלע הקצרה)
10. הגדולה $\sphericalangle A$ (מול BC), הקטנה $\sphericalangle B$ (מול AC)
11. לא – $3 + 4 < 8$
12. $4 < x < 14$
13. $0 < b < 12$
14. 22 (השוקיים 9, הבסיס 4)
15. $\sphericalangle ACB = 72^\circ$, ולכן $\sphericalangle ADC = 36^\circ$
16. $\sphericalangle BAD = 40^\circ$, $\sphericalangle BAC = 100^\circ$; $\sphericalangle DAC = 60^\circ$
17. $BC = 6$ – הניצב שמול זווית 30° שווה לחצי היתר
18. $AB = 10$; $AC = 5\sqrt{3}$
19. 10 ו-$10\sqrt{3}$
20. 6 ; 12
21. 30° ו-60° (ניצב שווה לחצי היתר – מולו 30°)
22. גובה $4\sqrt{3}$; שטח $16\sqrt{3}$
23. $6\sqrt{3}$

24 גובה 5 ; שוק 10

25 $AD=4$, $BD=4\sqrt{3}$, $DC=4$

26 גובה $3\sqrt{3}\approx 5.2$ מטר ; מרחק 3 מטר

27 $\sphericalangle ABC=60°$, ולכן $\sphericalangle ABD=30°=\sphericalangle A$ – המשולש ABD שווה שוקיים

28 $AD=4\sqrt{3}$, $BD=4\sqrt{3}$, $DC=2\sqrt{3}$

29 $C(3,3\sqrt{3})$

30 $CA=CB=5$; גובה 4 ; שטח 12

31 $\triangle ABD\cong\triangle ACE$ (צ.ז.צ)

32 $\sphericalangle B=55°=\sphericalangle A$, ולכן $CA=CB$

33 יתר $7\sqrt{2}$; $45°$ ו- $45°$

34 $BC=4\sqrt{3}$; $AB=8\sqrt{3}$

פרק 13 סיכומון סוף פרק – משולש שווה שוקיים ומשולש 30-60-90

משולש שווה שוקיים

- זוויות הבסיס שוות.
- חוצה זווית הראש = גובה = תיכון לבסיס.

משפטים הפוכים

- מול זוויות שוות – צלעות שוות.
- גובה שהוא גם תיכון / חוצה זווית שהוא גם גובה / חוצה זווית שהוא גם תיכון $\Longleftarrow$ שווה שוקיים.

צלעות וזוויות

- מול הזווית הגדולה – הצלע הגדולה (ולהפך).
- אי-שוויון המשולש: סכום שתי צלעות גדול מהשלישית.
- צלע שלישית: $|a-b|<x<a+b$.

משולש 30-60-90

- הניצב מול 30° = חצי היתר.
- הניצב מול 60° = הניצב הקצר $\cdot\sqrt{3}$.
- יחס הצלעות: $1:\sqrt{3}:2$.

ישר זווית ושווה שוקיים

- זוויות 45°, היתר = ניצב $\cdot\sqrt{2}$.

משולש שווה צלעות

- גובה $=\frac{a\sqrt{3}}{2}$, שטח $=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.
- הגובה מחלק אותו לשני משולשי 30-60-90.

⚠ טעויות נפוצות – שימו לב!

- לשכוח את אי-שוויון המשולש בשאלות עם שתי אפשרויות לשוקיים.
- לחשב $\sqrt{3}$ על הניצב הלא נכון – $\sqrt{3}$ תמיד על הניצב שמול 60°.
- להשתמש במשפט ההפוך בלי לבדוק ששני תפקידים באמת מתקיימים.

💡 **הטיפ של אילון:** ראיתם זווית של 30° או 60° במשולש ישר זווית? מיד כתבו ליד הצלעות x, $x\sqrt{3}$, $2x$ – והשאלה כמעט פתורה.

פרק 14

ישרים מקבילים וטרפז

משפטים הפוכים בישרים מקבילים, טרפז וטרפז שווה שוקיים – זוויות, שטח, היקף ומערכת צירים

📌 סיכומון הפרק – כל הנוסחאות והכללים בעמוד אחד ←

14.1 ישרים מקבילים, טרפז וטרפז שווה שוקיים

33 תרגילים

סרטוני הסבר מהערוץ – סרקו וצפו



כל הזוויות – מקבילים, 180° ו-360°

YouTube · 10:02



חישוב שטח טרפז והוכחה

YouTube · 3:25



טרפז – סיכום מלא למבחן

YouTube · 9:57

המחשות אינטראקטיביות – סרקו ושחקו בגרף



מעבדת הקו הישר

שנו שיפועים וגלו מתי ישרים מקבילים או מאונכים – שימושי לשאלות במערכת צירים.

14.1 ישרים מקבילים, טרפז וטרפז שווה שוקיים

אם זוויות מתחלפות או מתאימות שוות (או חד-צדדיות משלימות ל-$180°$) – הישרים מקבילים. בטרפז: סכום שתי זוויות ליד אותה שוק $180°$. בטרפז שווה שוקיים: זוויות הבסיס שוות והאלכסונים שווים. שטח טרפז $= \frac{(a+b)\cdot h}{2}$.

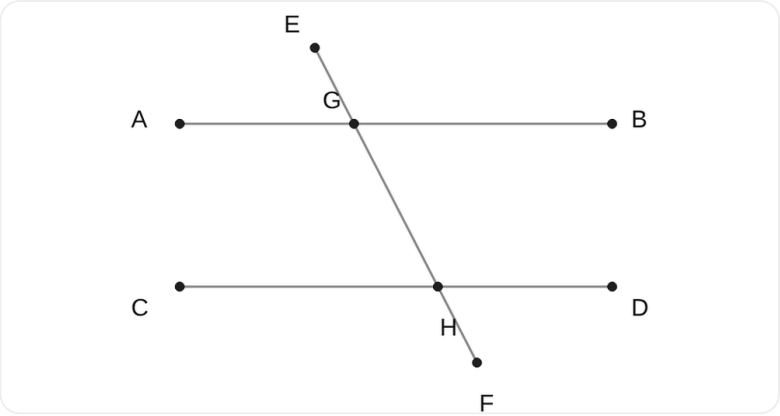
צפו לפני שמתחילים:

כל הזוויות – מקבילים, 180° ו-360°
YouTube · 10:02

טרפז – סיכום מלא למבחן
YouTube · 9:57

חישוב שטח טרפז והוכחה
YouTube · 3:25

1 הישר EF חותך את הישרים AB ו-CD בנקודות G ו-H. נתון $\sphericalangle AGH = 65°$ ו-$\sphericalangle GHD = 65°$. האם $AB \parallel CD$? נמקו.



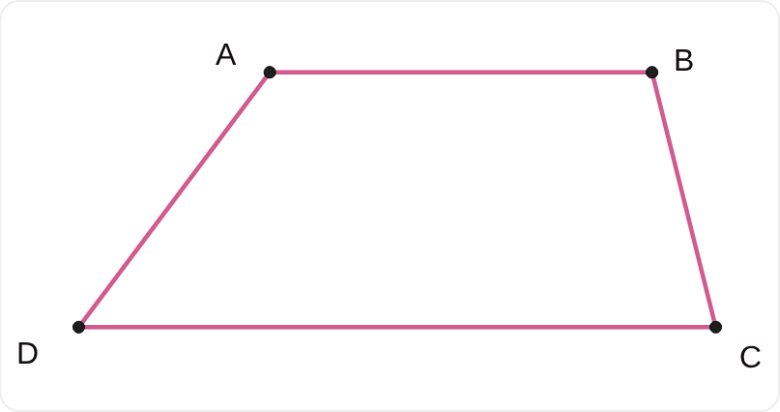
2 ישר חותך שני ישרים, ונוצרות זוויות מתאימות של $72°$ ו-$74°$. האם הישרים מקבילים?

3 ישר חותך שני ישרים, וסכום שתי זוויות חד-צדדיות פנימיות הוא $180°$. מה אפשר להסיק?

4 במרובע $ABCD$ נתון $\sphericalangle A = 110°$ ו-$\sphericalangle D = 70°$. הוכיחו ש-$AB \parallel DC$.

5 במרובע $ABCD$ נתון $\sphericalangle A = 80^\circ$, $\sphericalangle B = 100^\circ$, $\sphericalangle C = 80^\circ$. אילו צלעות מקבילות? נמקו.

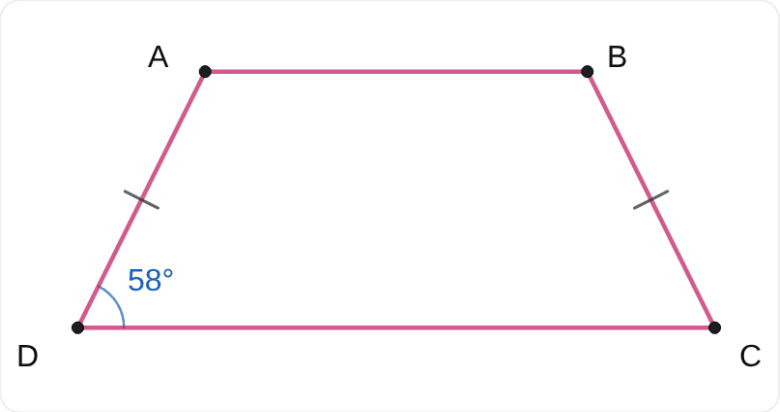
6 בטרפז $ABCD$ ($AB \parallel DC$) נתון $\sphericalangle D = 65^\circ$ ו- $\sphericalangle C = 50^\circ$. מצאו את $\sphericalangle A$ ואת $\sphericalangle B$.



7 בטרפז $ABCD$ ($AB \parallel DC$) נתון $\sphericalangle A = 3\sphericalangle D$. מצאו את $\sphericalangle A$ ואת $\sphericalangle D$.

8 בטרפז $ABCD$ ($AB \parallel DC$) נתון $\sphericalangle B = \sphericalangle D + 40^\circ$ ו- $\sphericalangle C = \sphericalangle D$. מצאו את כל הזוויות.

9 בטרפז שווה שוקיים $ABCD$ ($AB \parallel DC$, $AD = BC$) נתון $\sphericalangle D = 58^\circ$. מצאו את שאר הזוויות.

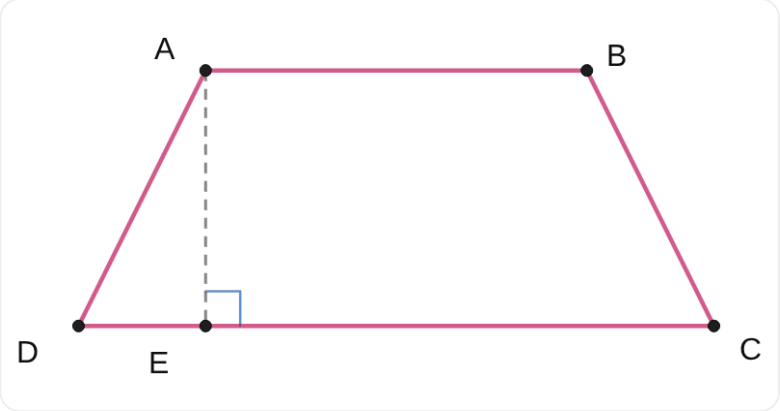


10 הוכיחו שבטרפז שווה שוקיים האלכסונים שווים.

11 בטרפז $ABCD$ ($AB \parallel DC$) זוויות הבסיס $\sphericalangle D$ ו- $\sphericalangle C$ שוות. הוכיחו שהטרפז שווה שוקיים.

12 בטרפז $ABCD$ ($AB \parallel DC$) האלכסונים שווים: $AC = BD$. מהו סוג הטרפז?

13 בטרפז שווה שוקיים הבסיסים 6 ו-10 והגובה 4. מצאו את אורך השוק ואת היקף הטרפז.



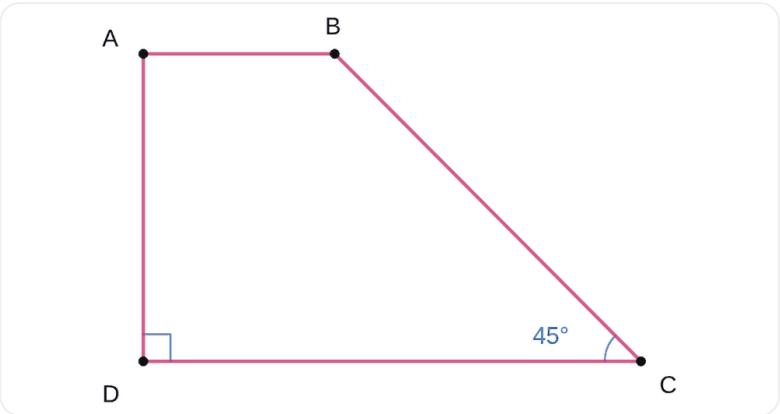
14 בטרפז שווה שוקיים הבסיסים 8 ו-20 והשוק 10. מצאו את הגובה ואת השטח.

15 שטח טרפז 56, הגובה 7 ואחד הבסיסים 5. מצאו את הבסיס השני.

16 בטרפז הבסיסים 9 ו-15 והשטח 96. מצאו את הגובה.

17 טרפז ישר זווית: הבסיסים 5 ו-11, והשוק הניצבת לבסיסים 8. מצאו את השוק השנייה ואת השטח.

18 בטרפז ישר זווית $ABCD$ ($AB \parallel DC$, $\sphericalangle D = 90°$, $\sphericalangle C = 45°$, $AB = 5$ נתון ו-$AD = 8$. מצאו את DC ואת BC.



19 בטרפז שווה שוקיים זווית הבסיס $60°$, השוק 6 והבסיס הקטן 5. מצאו את הבסיס הגדול ואת השטח.

20 בטרפז שווה שוקיים $ABCD$ ($AB \parallel DC$) נתון $AB = AD = BC$ ו- $\sphericalangle D = 60°$. מצאו את היחס $AB : DC$.

21 בטרפז $ABCD$ ($AB \parallel DC$) האלכסון AC חוצה את $\sphericalangle C$. הוכיחו ש- $AB = BC$.

22 בהמשך לתרגיל הקודם נתון $AB = 7$, $DC = 12$ ו- $AD = 5$. מצאו את היקף הטרפז.

23 בטרפז $ABCD$ ($AB \parallel DC$) חוצי הזוויות $\sphericalangle A$ ו- $\sphericalangle D$ נחתכים בנקודה P. מצאו את $\sphericalangle APD$.

24 בטרפז $ABCD$ ($AB \parallel DC$, $AB < DC$) מעבירים דרך B ישר מקביל ל- AD, החותך את DC ב- E. נתון $AB = 5$, $DC = 12$, $AD = 6$, $BC = 7$. מצאו את היקף המשולש BEC.

25 בטרפז שווה שוקיים האלכסון חוצה את זווית הבסיס הגדול, הבסיס הקטן 6 והגדול 14. מצאו את אורך השוק ואת הגובה.

26 במערכת צירים $A(1,4)$, $B(6,4)$, $C(9,0)$, $D(-2,0)$. הראו ש- $ABCD$ טרפז, ומצאו את שטחו.

27 בהמשך לתרגיל הקודם: האם הטרפז שווה שוקיים? חשבו את אורכי השוקיים.

28 במערכת צירים $A(0,0)$, $B(4,2)$, $C(6,6)$, $D(0,3)$. בדקו בעזרת שיפועים אילו צלעות מקבילות, וקבעו אם המרובע טרפז.

29 במערכת צירים נתונים קודקודי טרפז $A(0,5)$, $B(4,5)$, $D(-2,0)$. מצאו את C על ציר x כך ש- $ABCD$ יהיה טרפז שווה שוקיים, ומצאו את שטחו.

30 טרפז שבסיסיו a ו- b וגובהו h. בטאו את שטחו, וחשבו עבור $a = 7$, $b = 13$, $h = 6$.

31 בטרפז שווה שוקיים היקף 40, הבסיסים 8 ו-16. מצאו את השוק, את הגובה ואת השטח.

32 בטרפז $ABCD$ ($AB \parallel DC$) נתון $\sphericalangle D = 90^\circ$ ו-$\sphericalangle B = 3\sphericalangle C$. מצאו את זוויות הטרפז.

33 בטרפז שווה שוקיים האלכסונים מאונכים זה לזה, והבסיסים 4 ו-10. מצאו את הגובה ואת השטח. (רמז: היעזרו במשולשים ישרי זווית ושווי שוקיים)

✔ תשובות סופיות – נושא 14.1

1	כן – זוויות מתחלפות שוות, ולכן הישרים מקבילים
2	לא – בישרים מקבילים זוויות מתאימות שוות
3	הישרים מקבילים
4	$\sphericalangle A+\sphericalangle D=180^\circ$ – זוויות חד-צדדיות, ולכן $AB \parallel DC$
5	$AD \parallel BC$ ($\sphericalangle A+\sphericalangle B=180^\circ$) וגם $AB \parallel DC$ ($\sphericalangle B+\sphericalangle C=180^\circ$) – מקבילית
6	$\sphericalangle A=115^\circ$, $\sphericalangle B=130^\circ$
7	$\sphericalangle D=45^\circ$, $\sphericalangle A=135^\circ$
8	$\sphericalangle D=\sphericalangle C=70^\circ$, $\sphericalangle A=\sphericalangle B=110^\circ$
9	$\sphericalangle C=58^\circ$, $\sphericalangle A=\sphericalangle B=122^\circ$
10	$\triangle ADC\cong\triangle BCD$ (צ.ז.צ: $AD=BC$, $\sphericalangle D=\sphericalangle C$, DC משותפת)
11	מעבירים גבהים AE ו-BF: $\triangle AED\cong\triangle BFC$ (ז.ז.צ) ולכן $AD=BC$
12	טרפז שווה שוקיים
13	שוק $2\sqrt{5}$; היקף $16+4\sqrt{5}$
14	גובה 8 ; שטח 112
15	11
16	8
17	10 ; 64
18	$DC=13$, $BC=8\sqrt{2}$
19	11 ; $24\sqrt{3}$
20	$1:2$
21	$\sphericalangle BAC=\sphericalangle ACD$ (מתחלפות) $=\sphericalangle ACB$, ולכן המשולש ABC שווה שוקיים
22	31
23	90°

24 $BE=6$, $EC=7$, $BC=7$; היקף 20

25 שוק 6 ; גובה $2\sqrt{5}$

26 AB ו-DC אופקיים (שיפוע 0) ולכן מקבילים ; שטח $\frac{(5+11)\cdot 4}{2}=32$

27 $AD=BC=5$ – כן, שווה שוקיים

28 שיפוע AB הוא $\frac{1}{2}$ ושיפוע DC הוא $\frac{1}{2}$ – מקבילים ; BC ו-AD לא מקבילים – טרפז

29 $C(6,0)$; שטח 30

30 $S=\frac{(a+b)h}{2}$; 60

31 שוק 8 ; גובה $4\sqrt{3}$; שטח $48\sqrt{3}$

32 $\sphericalangle C=45°$, $\sphericalangle B=135°$, $\sphericalangle A=\sphericalangle D=90°$

33 גובה 7 ; שטח 49

פרק 14 סיכומון סוף פרק – ישרים מקבילים וטרפז

ישרים מקבילים – משפטים הפוכים

- זוויות מתחלפות שוות ⟸ מקבילים.
- זוויות מתאימות שוות ⟸ מקבילים.
- זוויות חד-צדדיות משלימות ל-180° ⟸ מקבילים.

טרפז

- זוג אחד של צלעות מקבילות – הבסיסים.
- זוויות ליד אותה שוק משלימות ל-180°.
- שטח: $S=\frac{(a+b)h}{2}$.

טרפז שווה שוקיים

- זוויות הבסיס שוות, האלכסונים שווים.
- הפוך: זוויות בסיס שוות או אלכסונים שווים ⟸ שווה שוקיים.
- גובה מהבסיס הקטן חותך מהגדול $\frac{b-a}{2}$ בכל צד.

טריקים בטרפז

- קו מקביל לשוק – יוצר מקבילית ומשולש.
- אלכסון חוצה זווית ⟸ משולש שווה שוקיים (זוויות מתחלפות).
- חוצי הזוויות ליד שוק נפגשים ב-90°.

במערכת צירים

- מקבילים – שיפועים שווים.
- צלעות אופקיות – אורך = הפרש שיעורי x; גובה = הפרש שיעורי y.

⚠ טעויות נפוצות – שימו לב!

- לחבר זוויות ליד אותו בסיס במקום ליד אותה שוק.
- לשכוח לחלק ב-2 בשטח הטרפז.
- להניח שטרפז שווה שוקיים בלי שזה נתון או הוכח.

💡 **הטיפ של אילון:** בטרפז שווה שוקיים – הורידו שני גבהים מהבסיס הקטן. מקבלים מלבן באמצע ושני משולשים ישרי זווית חופפים בצדדים.

פרק 15

מרובעים – מקבילית, מלבן, מעוין וריבוע

תכונות, משפטים הפוכים (איך מוכיחים שמרובע הוא מקבילית/מלבן/מעוין/ריבוע), שטחים ומערכת צירים

📌 סיכומון הפרק – כל הנוסחאות והכללים בעמוד אחד ←

15.1 **מקבילית** — 30 תרגילים

15.2 **מלבן, מעוין וריבוע** — 32 תרגילים

סרטוני הסבר מהערוץ – סרקו וצפו

שטח מקבילית
YouTube · 1:51

מעוין – כל התכונות + 5 תרגילים
YouTube · 12:17

תרגול ריבוע – אלכסונים, 45° ושטח
YouTube · 9:41

חישובי שטחים – משולש, ריבוע, מלבן, מקבילית, מעוין וטרפז
YouTube · 7:50

המחשות אינטראקטיביות – סרקו ושחקו בגרף

מעבדת הקו הישר
שנו שיפועים וגלו מתי ישרים מקבילים או מאונכים – שימושי לשאלות במערכת צירים.

15.1 מקבילית

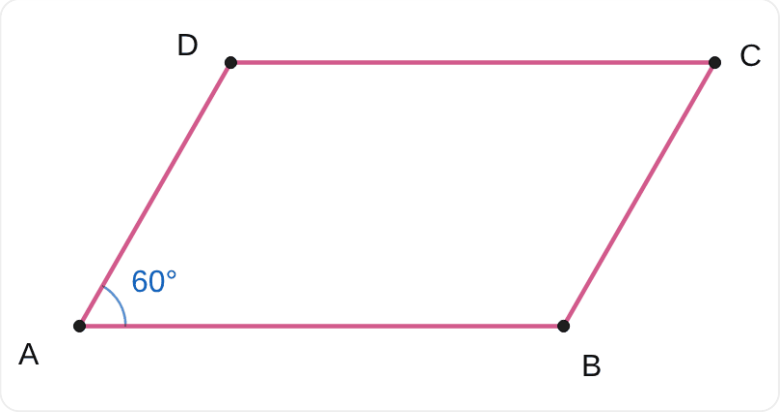
במקבילית: צלעות נגדיות מקבילות ושוות, זוויות נגדיות שוות, זוויות סמוכות משלימות ל-$180°$, האלכסונים חוצים זה את זה. שטח = צלע · הגובה אליה.

צפו לפני שמתחילים:

שטח מקבילית
YouTube · 1:51

חישובי שטחים – משולש, ריבוע, מלבן, מקבילית, מעוין וטרפז
YouTube · 7:50

1 במקבילית $ABCD$ נתון $\sphericalangle A = 60°$. מצאו את שאר הזוויות.

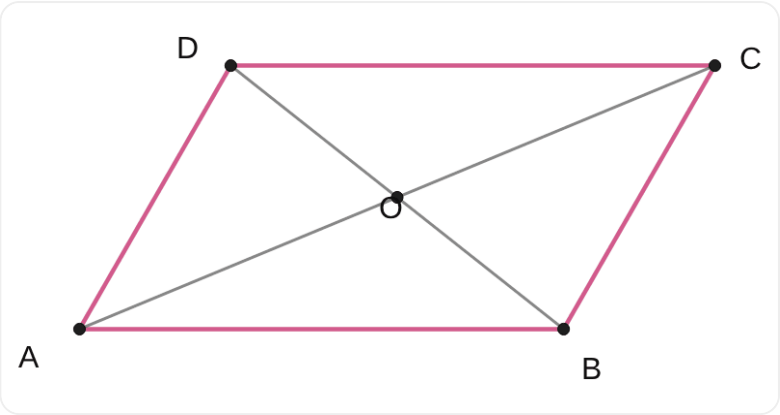


2 במקבילית $ABCD$ נתון $AB = 8$ ו-$AD = 5$. מצאו את היקף המקבילית.

3 במקבילית זווית אחת גדולה ב-$40°$ מהזווית הסמוכה לה. מצאו את זוויות המקבילית.

4 במקבילית $ABCD$ היחס $\sphericalangle A : \sphericalangle B = 2 : 7$. מצאו את הזוויות.

5 במקבילית $ABCD$ האלכסונים נחתכים בנקודה O. נתון $AC = 14$ ו-$BD = 10$.
מצאו את AO ואת OD.



6 הוכיחו שבמקבילית צלעות נגדיות שוות.

7 במרובע $ABCD$ שתי זוגות של צלעות נגדיות שוות: $AB = DC$, $AD = BC$.
הוכיחו שהוא מקבילית.

8 במרובע $ABCD$ האלכסונים חוצים זה את זה. מה סוג המרובע? הוכיחו.

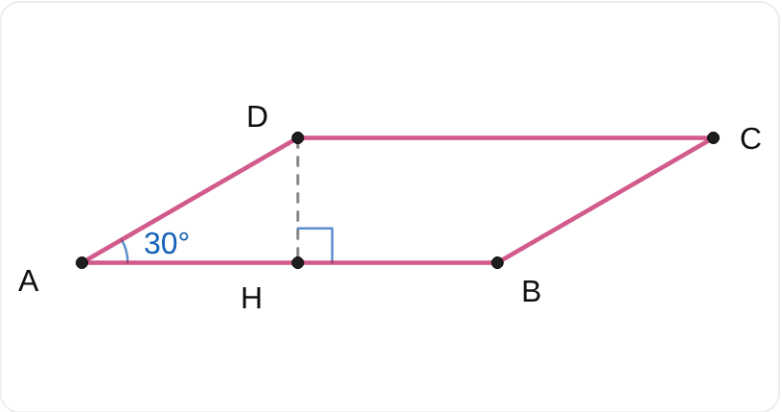
9 במרובע זוג אחד של צלעות נגדיות שוות ומקבילות. מה סוג המרובע?

10 במרובע $ABCD$ נתון $\sphericalangle A = \sphericalangle C = 75^\circ$ ו-$\sphericalangle B = \sphericalangle D = 105^\circ$. האם הוא מקבילית? נמקו.

11 במקבילית $ABCD$ חוצה הזווית $\sphericalangle A$ חותך את DC בנקודה E. נתון $AD = 6$ ו-$AB = 10$. מצאו את DE ואת EC.

12 במקבילית $ABCD$ נתון $AB = 10$, $AD = 6$, והגובה לצלע AB הוא 4. מצאו את שטח המקבילית ואת הגובה לצלע AD.

13 במקבילית $ABCD$ נתון $AB=10$, $AD=6$ ו- $\sphericalangle A=30^\circ$. מצאו את הגובה לצלע AB ואת שטח המקבילית.



14 במקבילית $ABCD$ נתון $\sphericalangle D=120^\circ$, $AB=12$ ו- $AD=8$. מצאו את שטח המקבילית.

15 במקבילית $ABCD$ הנקודה E על AB והנקודה F על DC כך ש- $AE=CF$. הוכיחו ש- $DEBF$ מקבילית.

16 במקבילית $ABCD$ האלכסון BD מאונך ל- AD. נתון $AD=5$ ו- $AB=13$. מצאו את BD ואת שטח המקבילית.

17 במערכת צירים $A(0,0)$, $B(5,0)$, $D(2,3)$. מצאו את הקודקוד C של המקבילית $ABCD$, ואת שטחה.

18 במערכת צירים $A(1,2)$, $B(6,3)$, $C(8,7)$, $D(3,6)$. הראו בעזרת שיפועים ש- $ABCD$ מקבילית.

19 בהמשך לתרגיל הקודם מצאו את נקודת חיתוך האלכסונים.

20 במקבילית ההיקף 36 וצלע אחת ארוכה פי 2 מהשנייה. מצאו את הצלעות.

21 במקבילית $ABCD$ נתון $\sphericalangle ABD=40^\circ$ ו- $\sphericalangle ADB=65^\circ$. מצאו את $\sphericalangle A$, $\sphericalangle C$ ו- $\sphericalangle CBD$.

22 במקבילית $ABCD$ ההפרש בין שתי צלעות סמוכות 3, וההיקף 30. מצאו את הצלעות.

23 במקבילית $ABCD$ חוצי הזוויות $\sphericalangle A$ ו-$\sphericalangle B$ נחתכים בנקודה P. מצאו את $\sphericalangle APB$.

24 במקבילית $ABCD$ האלכסונים נחתכים ב-O. דרך O עובר ישר החותך את AB ב-E ואת DC ב-F. הוכיחו ש-$OE = OF$.

25 במקבילית $ABCD$ האלכסון AC מאונך לצלע AB. נתון $AB = 6$ ו-$BC = 10$. מצאו את AC ואת שטח המקבילית.

26 במקבילית $ABCD$ ($AB = 12$, $AD = 7$) חוצה הזווית $\sphericalangle A$ פוגש את DC ב-E. מצאו את DE ואת EC.

27 במקבילית $ABCD$ שני גבהים הם 4 ו-6, והצלע הארוכה 9. מצאו את הצלע הקצרה ואת השטח.

28 במרובע $ABCD$ נתון $AB \parallel DC$ ו-$\sphericalangle A = \sphericalangle C$. הוכיחו ש-$ABCD$ מקבילית.

29 במערכת צירים שלושה קודקודים של מקבילית: $A(-2,1)$, $B(3,1)$, $C(5,4)$. מצאו את D ואת שטח המקבילית.

30 במקבילית זווית חדה 45°, הצלעות 8 ו-$6\sqrt{2}$. מצאו את הגובה לצלע 8 ואת השטח.

✔ תשובות סופיות – נושא 15.1

1	$\sphericalangle C=60^\circ$, $\sphericalangle B=\sphericalangle D=120^\circ$
2	26
3	70° ו- 110°
4	$\sphericalangle A=\sphericalangle C=40^\circ$, $\sphericalangle B=\sphericalangle D=140^\circ$
5	$AO=7$, $OD=5$ – באלכסונים חוצים זה את זה
6	האלכסון מחלק אותה לשני משולשים חופפים (ז.צ.ז) – זוויות מתחלפות שוות
7	$\triangle ABD\cong\triangle CDB$ (צ.צ.צ) ⟵ זוויות מתחלפות שוות ⟵ $AB\parallel DC$, $AD\parallel BC$
8	מקבילית – $\triangle AOB\cong\triangle COD$ (צ.ז.צ) ולכן $AB\parallel DC$ ו- $AB=DC$
9	מקבילית
10	כן – זוגות של זוויות נגדיות שוות
11	$DE=6$ (המשולש ADE שווה שוקיים), $EC=4$
12	שטח 40 ; גובה $\frac{20}{3}$
13	גובה 3 ; שטח 30
14	$\sphericalangle A=60^\circ$, גובה $4\sqrt{3}$; שטח $48\sqrt{3}$
15	$EB=DF$ ו- $EB\parallel DF$ – זוג צלעות נגדיות שוות ומקבילות
16	$BD=12$; שטח 60
17	$C(7,3)$; שטח 15
18	שיפוע AB = שיפוע DC $=\frac{1}{5}$; שיפוע AD = שיפוע BC $=2$
19	$\left(\frac{9}{2},\frac{9}{2}\right)$ – אמצע AC ואמצע BD
20	6 ו- 12
21	$\sphericalangle A=\sphericalangle C=75^\circ$; $\sphericalangle CBD=65^\circ$ (מתחלפות)
22	6 ו- 9
23	90°

24	$\triangle AOE \cong \triangle COF$ (ז.צ.ז)
25	$AC = 8$; שטח 48
26	$DE = 7$, $EC = 5$
27	שטח 36 (צלע 9 עם גובה 4) ; צלע קצרה 6
28	$\sphericalangle A + \sphericalangle D = 180° \longleftarrow \sphericalangle C + \sphericalangle D = 180° \longleftarrow AD \parallel BC$
29	$D(0,4)$; שטח 15
30	גובה 6 ; שטח 48

15.2 מלבן, מעוין וריבוע

מלבן – מקבילית עם זווית ישרה; האלכסונים שווים. מעוין – מקבילית עם צלעות סמוכות שוות; האלכסונים מאונכים וחוצי זוויות, שטח $= \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$. ריבוע – גם מלבן וגם מעוין.

צפו לפני שמתחילים:

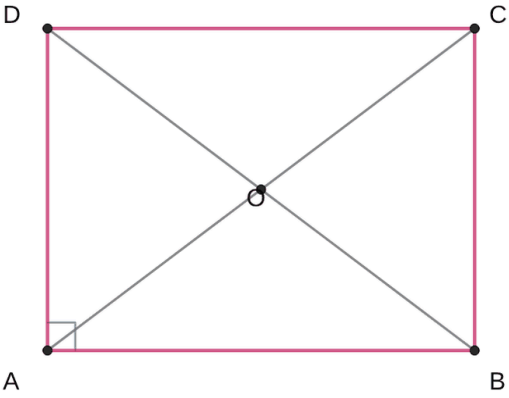


מעוין – כל התכונות + 5 תרגילים
YouTube · 12:17



תרגול ריבוע – אלכסונים, 45° ושטח
YouTube · 9:41

1 במלבן $ABCD$ נתון $AB = 8$ ו-$BC = 6$. מצאו את אורך האלכסון AC.



2 במלבן האלכסונים נחתכים ב-O, ואורך כל אלכסון 14. מצאו את OA, OB, OC, OD.

3 במלבן $ABCD$ האלכסונים נחתכים ב-O, ו-$\sphericalangle AOB = 120°$. מצאו את $\sphericalangle OAB$ ואת $\sphericalangle OBC$.

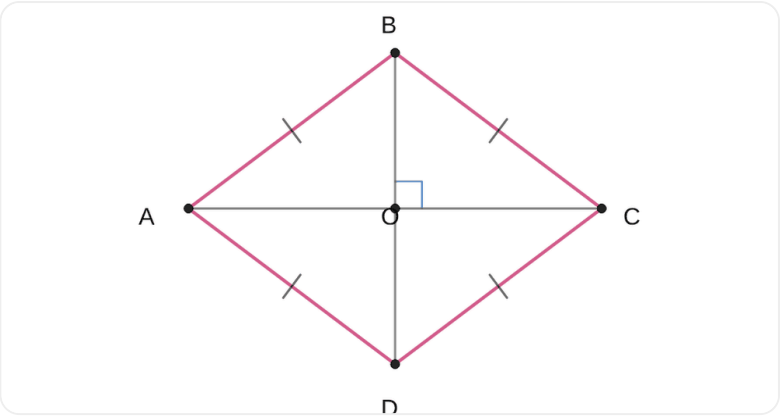
4 בהמשך לתרגיל הקודם האלכסון $AC = 12$. מצאו את BC ואת AB.

5 מקבילית שבה האלכסונים שווים – מה היא? ומקבילית שבה זווית ישרה?

6 במלבן שטח 48 וצלע אחת 6. מצאו את האלכסון.

7 במלבן ההיקף 34 והאלכסון 13. מצאו את הצלעות.

8 במעוין $ABCD$ האלכסונים $AC=8$ ו-$BD=6$. מצאו את אורך הצלע ואת שטח המעוין.



9 במעוין $ABCD$ נתון $\sphericalangle A=70^\circ$. מצאו את $\sphericalangle ABD$ ואת $\sphericalangle CAB$.

10 במעוין צלע 10 ואלכסון אחד 12. מצאו את האלכסון השני ואת השטח.

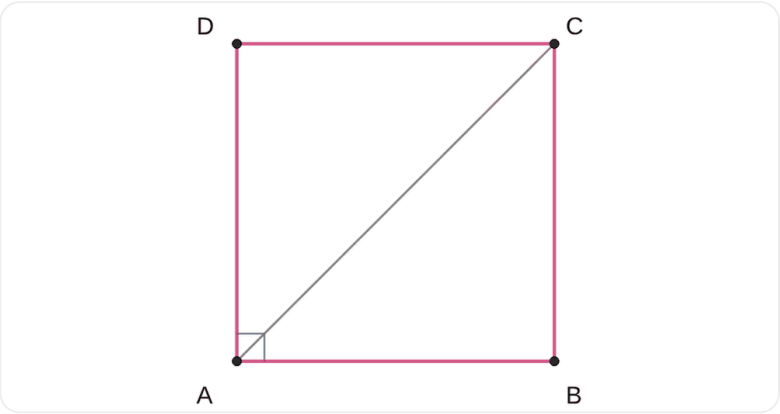
11 במעוין זווית 60° והצלע 6. מצאו את שני האלכסונים.

12 מקבילית שבה האלכסונים מאונכים – מה היא? ומקבילית שבה שתי צלעות סמוכות שוות?

13 הוכיחו שבמעוין האלכסונים חוצים את הזוויות.

14 במעוין היקף 52 ואלכסון אחד 24. מצאו את האלכסון השני ואת השטח.

15 בריבוע $ABCD$ אורך הצלע 6. מצאו את אורך האלכסון ואת $\sphericalangle CAB$.



16 אלכסון ריבוע 10. מצאו את צלע הריבוע ואת שטחו.

17 מלבן שבו האלכסונים מאונכים – מה הוא? ומעוין שבו האלכסונים שווים?

18 בריבוע $ABCD$ הנקודה E על הצלע DC כך ש-$\sphericalangle DAE = 30°$, והצלע 6. מצאו את DE ואת AE.

19 בריבוע $ABCD$ בונים כלפי חוץ על הצלע AB משולש שווה צלעות ABE. מצאו את $\sphericalangle DEA$.

20 במלבן $ABCD$ ($AB = 12$, $BC = 5$) הנקודה M אמצע AB. מצאו את MD ואת MC, והראו ש-$MD = MC$.

21 במערכת צירים $A(0,0)$, $B(4,0)$, $C(4,3)$, $D(0,3)$. מה סוג המרובע? מצאו את אורך האלכסון.

22 במערכת צירים $A(1,1)$, $B(4,5)$, $C(8,2)$, $D(5,-2)$. הראו ש-$ABCD$ ריבוע (צלעות שוות וזווית ישרה).

23 במערכת צירים $A(0,3)$, $B(4,0)$, $C(0,-3)$, $D(-4,0)$. מה סוג המרובע? מצאו את היקפו ואת שטחו.

24 במלבן $ABCD$ חוצה הזווית $\sphericalangle A$ חותך את DC ב-E. נתון $AD = 4$ ו-$AB = 10$. מצאו את DE, את EC, את $\sphericalangle AED$ ואת BE.

25 מעוין ומלבן נמצאים בתוך אותה מקבילית. אילו תכונות של האלכסונים יש לכל אחד? השלימו טבלה: חוצים זה את זה / שווים / מאונכים.

26 ריבוע ומעוין בעלי אותה צלע 6. למעוין זווית $30°$. מה היחס בין שטח המעוין לשטח הריבוע?

27 בריבוע $ABCD$ הנקודות E, F, G, H הן אמצעי הצלעות. הוכיחו ש-$EFGH$ ריבוע.

28 במלבן אורך צלע אחת x והשנייה $x+7$. האלכסון 13. מצאו את x.

29 במעוין $ABCD$ גובה לצלע הוא 4.8 והצלע 5. מצאו את השטח. אם אלכסון אחד 6 – מה השני?

30 במעוין $ABCD$ נתון $\sphericalangle ABD = 25^\circ$. מצאו את זוויות המעוין.

31 במלבן $ABCD$ האלכסונים נחתכים ב-O, ו-$\sphericalangle OAD = 35^\circ$. מצאו את $\sphericalangle AOD$ ואת $\sphericalangle AOB$.

32 ריבוע ומלבן בעלי אותו היקף 24. למלבן צלע 4. איזה שטח גדול יותר ובכמה?

✔ תשובות סופיות – נושא 15.2

1. $AC = 10$
2. כולם 7 – במלבן האלכסונים שווים וחוצים זה את זה
3. $\sphericalangle OAB = 30^\circ$; $\sphericalangle OBC = 60^\circ$
4. $BC = 6$; $AB = 6\sqrt{3}$
5. מלבן בשני המקרים
6. 10
7. 5 ו-12
8. צלע 5 ; שטח 24
9. $\sphericalangle ABD = 55^\circ$; $\sphericalangle CAB = 35^\circ$
10. 16 ; 96
11. 6 ו-$6\sqrt{3}$
12. מעוין בשני המקרים
13. $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ (צ.צ.צ) – או: במשולש שווה שוקיים התיכון הוא חוצה זווית
14. 10 ; 120
15. $6\sqrt{2}$; 45°
16. צלע $5\sqrt{2}$; שטח 50
17. ריבוע בשני המקרים
18. $DE = 2\sqrt{3}$; $AE = 4\sqrt{3}$
19. $\sphericalangle DAE = 150^\circ$, $AD = AE$; $\sphericalangle DEA = 15^\circ$
20. $MD = MC = \sqrt{61}$
21. מלבן ; 5
22. כל הצלעות 5 ; שיפוע AB $\frac{4}{3}$ ושיפוע BC $-\frac{3}{4}$ – מכפלתם -1
23. מעוין (האלכסונים על הצירים, מאונכים וחוצים זה את זה) ; היקף 20 ; שטח 24

24 $DE=4$, $EC=6$; $\sphericalangle AED=45^\circ$; $BE=2\sqrt{13}$

25 מקבילית: חוצים ; מלבן: חוצים ושווים ; מעוין: חוצים ומאונכים ; ריבוע: כל השלוש

26 $1:2$ (שטח המעוין 18, הריבוע 36)

27 ארבעה משולשים ישרי זווית ושווי שוקיים חופפים – צלעות שוות וזוויות 90°

28 $x=5$

29 שטח 24 ; 8

30 $\sphericalangle B=\sphericalangle D=50^\circ$, $\sphericalangle A=\sphericalangle C=130^\circ$

31 $\sphericalangle AOD=110^\circ$; $\sphericalangle AOB=70^\circ$

32 ריבוע 36, מלבן 32 – הריבוע גדול ב-4

פרק 15 סיכומון סוף פרק – מרובעים – מקבילית, מלבן, מעוין וריבוע

מקבילית – תכונות

- צלעות נגדיות מקבילות ושוות.
- זוויות נגדיות שוות, סמוכות משלימות ל-180°.
- האלכסונים חוצים זה את זה. שטח = צלע · גובה.

איך מוכיחים מקבילית

- שני זוגות צלעות נגדיות מקבילות / שוות.
- זוג צלעות נגדיות שוות ומקבילות.
- אלכסונים חוצים זה את זה / זוויות נגדיות שוות.

מלבן

- מקבילית + זווית ישרה.
- האלכסונים שווים (וחוצים זה את זה).
- הפוך: מקבילית עם אלכסונים שווים $\Longleftarrow$ מלבן.

מעוין

- מקבילית + שתי צלעות סמוכות שוות.
- אלכסונים מאונכים וחוצי זוויות.
- שטח $= \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$.

ריבוע

- גם מלבן וגם מעוין.
- אלכסון $= a\sqrt{2}$, זוויות 45° בין אלכסון לצלע.

במערכת צירים

- מקבילית: הקודקוד הרביעי $D = A + C - B$.
- מאונכות: מכפלת שיפועים -1; אורכים בפיתגורס.

⚠ טעויות נפוצות – שימו לב!

- לחשוב שבכל מקבילית האלכסונים שווים – רק במלבן.
- לבלבל: מאונכים – מעוין; שווים – מלבן.
- לכפול צלע בצלע שאינה הגובה בשטח מקבילית.

💡 **הטיפ של אילון:** לפני כל שאלה – שאלו: איזה מרובע זה, ומה הכי חזק שאני יודע עליו? טבלת התכונות של האלכסונים היא המפתח.

פרק 16

התיכון ליתר

במשולש ישר זווית התיכון ליתר שווה לחצי היתר – והמשפט ההפוך

📌 סיכומון הפרק – כל הנוסחאות והכללים בעמוד אחד ←

16.1 התיכון ליתר והמשפט ההפוך

31 תרגילים

סרטוני הסבר מהערוץ – סרקו וצפו

הוכחת משפט התיכון ליתר
YouTube · 1:53

כל משפטי משולש ישר זווית
YouTube · 10:16

המחשות אינטראקטיביות – סרקו ושחקו בגרף

מעבדת המשולש
גררו את קודקודי המשולש וראו קטעים מיוחדים, תיכונים ותיכון ליתר משתנים בזמן אמת.

16.1 התיכון ליתר והמשפט ההפוך

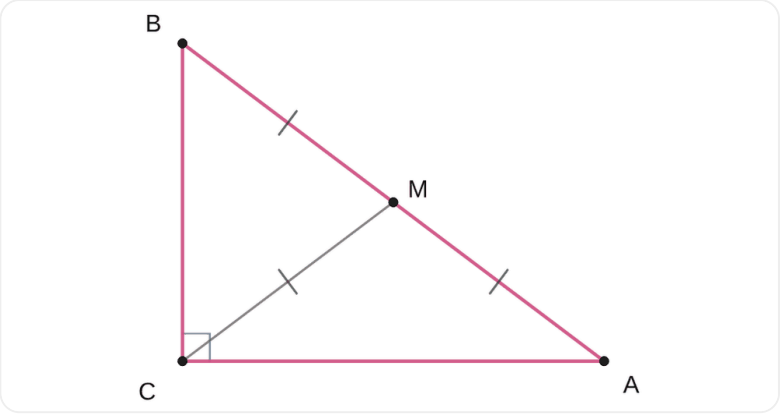
במשולש ישר זווית התיכון ליתר שווה לחצי היתר: $CM = AM = BM = \frac{AB}{2}$, ונוצרים שני משולשים שווי שוקיים. הפוך: אם במשולש התיכון לצלע שווה לחצי הצלע – הזווית שמולה ישרה.

צפו לפני שמתחילים:

הוכחת משפט התיכון ליתר
YouTube · 1:53

כל משפטי משולש ישר זווית
YouTube · 10:16

1 במשולש ישר זווית ABC ($\sphericalangle C = 90°$) היתר $AB = 10$, ו-CM הוא התיכון ליתר. מצאו את CM.



2 במשולש ישר זווית הניצבים 6 ו-8. מצאו את אורך התיכון ליתר.

3 במשולש ישר זווית התיכון ליתר 6.5 ואחד הניצבים 5. מצאו את הניצב השני.

4 במשולש ABC ($\sphericalangle C = 90°$) התיכון ליתר, CM, ו-$\sphericalangle A = 35°$. מצאו את $\sphericalangle ACM$ ואת $\sphericalangle BCM$.

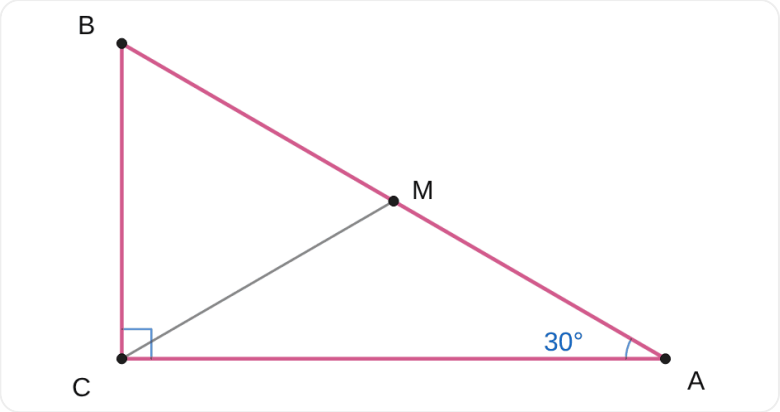
5 במשולש ABC ($\sphericalangle C = 90°$) התיכון ליתר CM ו-$\sphericalangle CMB = 70°$. מצאו את $\sphericalangle A$ ואת $\sphericalangle B$.

6 הוכיחו: במשולש ישר זווית התיכון ליתר שווה לחצי היתר. (רמז: השלימו למלבן)

7 במשולש ABC התיכון CM שווה לחצי הצלע AB. הוכיחו ש- $\sphericalangle C = 90^\circ$. (המשפט ההפוך)

8 במשולש ABC נתון $AB = 12$, ו- M אמצע AB עם $CM = 6$. מה גודל $\sphericalangle ACB$?

9 במשולש ישר זווית ABC ($\sphericalangle C = 90^\circ$) נתון $\sphericalangle A = 30^\circ$ ו- $BC = 4$. תיכון CM ליתר. מצאו את AB, את CM והראו שהמשולש BCM שווה צלעות.



10 במשולש ABC ($\sphericalangle C = 90^\circ$) התיכון ליתר $CM = 7$, ו- $\sphericalangle B = 60^\circ$. מצאו את BC ואת AC.

11 במשולש ABC ($\sphericalangle C = 90^\circ$) התיכון ליתר CM ו- CH הגובה ליתר. נתון $\sphericalangle A = 25^\circ$. מצאו את $\sphericalangle MCH$.

12 במשולש ישר זווית התיכון ליתר מאונך ליתר. מה גודל הזוויות החדות?

13 במשולש ישר זווית התיכון ליתר 10 והגובה ליתר 8. מצאו את המרחק בין עקב הגובה לאמצע היתר.

14 במשולש ABC ($\sphericalangle C = 90^\circ$) התיכון ליתר יוצר עם היתר זווית של 60°, והיתר 16. מצאו את הניצב הקצר.

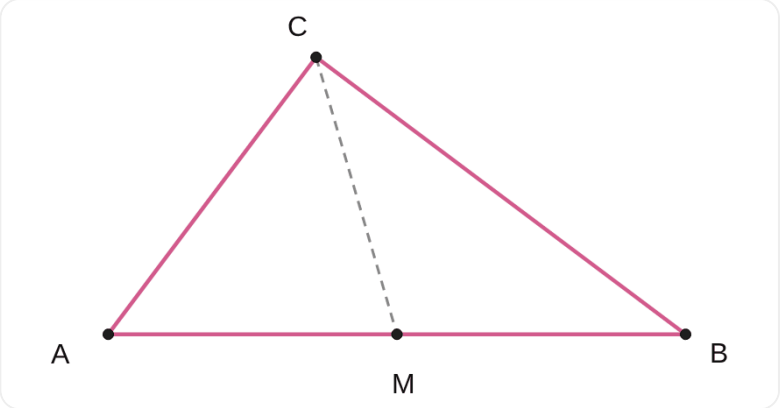
15 במלבן $ABCD$ האלכסון 10. הנקודה E נמצאת כך ש- $\sphericalangle AEC = 90^\circ$. מה המרחק מ- E לנקודת חיתוך האלכסונים?

16 שני משולשים ישרי זווית ABC ו-ABD חולקים את היתר $AB=14$ (C ו-D בצדדים שונים של AB). M אמצע AB. מצאו את MC ואת MD, והסבירו מדוע C ו-D שווי מרחק מ-M.

17 במשולש ABC ($\sphericalangle C=90^\circ$) CM תיכון ליתר והיקף המשולש CMB הוא 18, היתר $AB=10$. מצאו את BC.

18 במשולש ABC ($\sphericalangle C=90^\circ$) CM התיכון ליתר, $\sphericalangle MCB=2\sphericalangle MCA$. מצאו את זוויות המשולש.

19 במערכת צירים $A(0,0)$, $B(10,0)$, $C(3.6,4.8)$. חשבו את המרחק MC, כאשר M אמצע AB, והסיקו מהו $\sphericalangle ACB$.



20 במערכת צירים $A(-5,0)$, $B(5,0)$. מצאו נקודה C על ציר y (מעל ציר x) כך ש-$\sphericalangle ACB=90^\circ$.

21 במערכת צירים $A(2,1)$ ו-$B(8,9)$. מצאו את אמצע AB ואת המרחק ממנו לכל נקודה C שעבורה $\sphericalangle ACB=90^\circ$.

22 במשולש ABC ($\sphericalangle C=90^\circ$) M אמצע AB. הנקודה D על המשך CM כך ש-$MD=MC$. מה סוג המרובע $ACBD$?

23 במשולש ABC ($\sphericalangle C=90^\circ$) התיכון ליתר שווה לניצב BC. מצאו את $\sphericalangle A$.

24 במשולש ישר זווית סכום הניצבים 17 והתיכון ליתר 6.5. מצאו את הניצבים.

25 במשולש ABC ($\sphericalangle C = 90^\circ$) התיכון ליתר CM ו-$CM = 8$. מצאו את AB ואת AM.

26 בטרפז ישר זווית $ABCD$ ($\sphericalangle A = \sphericalangle D = 90^\circ$) הנקודה M אמצע BC ו-$\sphericalangle BDC = 90^\circ$, $BC = 12$. מצאו את DM.

27 במשולש ABC ($\sphericalangle C = 90^\circ$, $\sphericalangle A = 15^\circ$) התיכון ליתר CM, היתר $AB = 20$. מצאו את $\sphericalangle CMB$ ואת הגובה מ-C ליתר.

28 במשולש ABC ($\sphericalangle C = 90^\circ$) CM תיכון ליתר, ו-$CM = MB = BC$. מה גדלי הזוויות?

29 מנקודה P מחוץ לקטע AB רואים את הקטע בזווית ישרה, ו-$AB = 18$. מה המרחק מ-P לאמצע AB?

30 במשולש ABC התיכון $CM = 5$, ו-$AC = 6$, $BC = 8$. הראו ש-$\sphericalangle C = 90^\circ$ בשתי דרכים.

31 במשולש ABC ($\sphericalangle C = 90^\circ$) הגובה ליתר CH והתיכון ליתר CM יוצרים זווית 20°. מצאו את הזוויות החדות במשולש.

✔ תשובות סופיות – נושא 16.1

1	$CM=5$ – התיכון ליתר שווה לחצי היתר
2	5
3	12
4	$\sphericalangle ACM=35^\circ$; $\sphericalangle BCM=55^\circ$ (המשולשים AMC ו-BMC שווי שוקיים)
5	$\sphericalangle A=35^\circ$; $\sphericalangle B=55^\circ$
6	משלימים למלבן $ACBD$ – האלכסונים שווים וחוצים זה את זה, ולכן $CM=\frac{1}{2}AB$
7	$MA=MC=MB$ – שני משולשים שווי שוקיים, ולכן $\sphericalangle C=\sphericalangle A+\sphericalangle B=90^\circ$
8	90°
9	$AB=8$,$CM=4$; $BC=CM=BM=4$ – שווה צלעות
10	$BC=7$; $AC=7\sqrt{3}$
11	$\sphericalangle ACM=25^\circ$,$\sphericalangle ACH=65^\circ$; $\sphericalangle MCH=40^\circ$
12	45° ו-45° – המשולש ישר זווית ושווה שוקיים
13	6
14	8 – נוצר משולש שווה צלעות שצלעו 8
15	5 – EO תיכון ליתר במשולש AEC
16	$MC=MD=7$
17	$BC=8$; $CM=MB=5$
18	$\sphericalangle MCA=30^\circ$,$\sphericalangle MCB=60^\circ$; $\sphericalangle A=30^\circ$,$\sphericalangle B=60^\circ$
19	$M(5,0)$,$MC=5=\frac{AB}{2}$; $\sphericalangle ACB=90^\circ$
20	$C(0,5)$
21	אמצע $(5,5)$; מרחק 5
22	מלבן – אלכסונים שווים וחוצים זה את זה
23	30°

24	5 ו-12
25	$AB=16$; $AM=8$
26	$DM=6$
27	$\sphericalangle CMB=30^\circ$; הגובה 5 (חצי של $CM=10$)
28	$\sphericalangle B=60^\circ$, $\sphericalangle A=30^\circ$
29	9
30	$6^2+8^2=10^2$ (פיתגורס הפוך) ; $CM=\frac{AB}{2}$ (תיכון ליתר הפוך)
31	35° ו-55°

פרק 16 סיכומון סוף פרק – התיכון ליתר

המשפט

- במשולש ישר זווית: $CM = \frac{AB}{2}$ (M אמצע היתר).
- לכן $MA = MB = MC$.

מה נוצר

- שני משולשים שווי שוקיים: AMC ו-BMC.
- $\sphericalangle A = \sphericalangle ACM$, $\sphericalangle B = \sphericalangle BCM$.

המשפט ההפוך

- אם התיכון לצלע שווה לחצי הצלע – הזווית שמולה ישרה.
- מנקודה שרואים ממנה קטע בזווית ישרה – המרחק לאמצע הקטע הוא חצי הקטע.

שילוב עם 90-60-30

- זווית $30°$: המשולש BCM שווה צלעות.
- התיכון ליתר והניצב הקצר שווים.

הוכחה

- משלימים למלבן – באלכסונים שווים וחוצים זה את זה.

⚠ טעויות נפוצות – שימו לב!

- להשתמש במשפט במשולש שאינו ישר זווית.
- לבלבל בין התיכון ליתר לגובה ליתר.
- לשכוח שגם MA וגם MB שווים ל-MC.

💡 **הטיפ של אילון:** ראיתם אמצע יתר? מיד סמנו שלושה קטעים שווים מ-M – ותקבלו שני משולשים שווי שוקיים במתנה.

פרק 17

דמיון משולשים ויחס שטחים

משפטי הדמיון ז.ז, צ.ז.צ, צ.צ.צ, יחס היקפים, יחס גבהים ויחס שטחים

📌 סיכומון הפרק – כל הנוסחאות והכללים בעמוד אחד ←

17.1 דמיון משולשים ויחס שטחים

32 תרגילים

🎬 סרטוני הסבר מהערוץ – סרקו וצפו



משפט דמיון ז.ז – כיתה ח'
YouTube · 7:52



משפט דמיון צ.ז.צ
YouTube · 5:27



משפט דמיון צ.צ.צ
YouTube · 3:51



יחס גבהים במשולשים דומים
YouTube · 6:37

17.1 דמיון משולשים ויחס שטחים

משפטי דמיון: ז.ז, צ.ז.צ (שתי צלעות באותו יחס והזווית שביניהן שווה), צ.צ.צ. במשולשים דומים ביחס k: יחס הצלעות, ההיקפים, הגבהים והתיכונים הוא k, ויחס השטחים הוא k^2.

צפו לפני שמתחילים:



משפט דמיון ז.ז – כיתה ח'
YouTube · 7:52



משפט דמיון צ.ז.צ
YouTube · 5:27

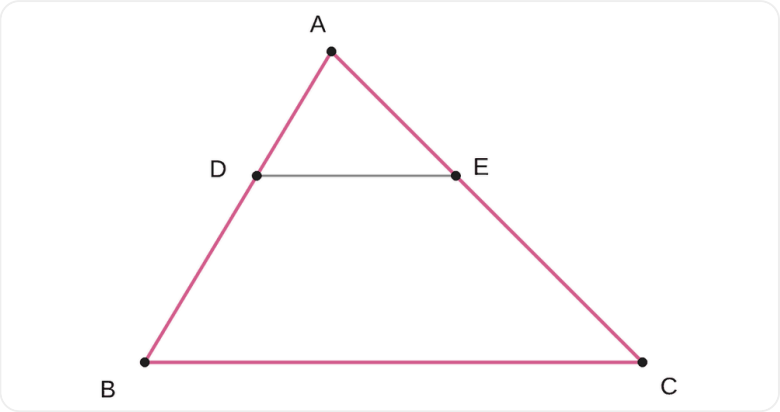


משפט דמיון צ.צ.צ
YouTube · 3:51



יחס גבהים במשולשים דומים
YouTube · 6:37

1 במשולש ABC הקטע DE מקביל ל-BC (D על AB, E על AC). נתון $AD=4$, $DB=6$ ו-$BC=15$. מצאו את DE.



2 בהמשך לתרגיל הקודם: מה היחס בין שטח המשולש ADE לשטח המשולש ABC?

3 שני משולשים דומים ביחס $3:5$. שטח הקטן 27. מצאו את שטח הגדול.

4 שני משולשים דומים, ושטחיהם 16 ו-49. מהו יחס הדמיון? אם צלע במשולש הקטן 8 – מה הצלע המתאימה בגדול?

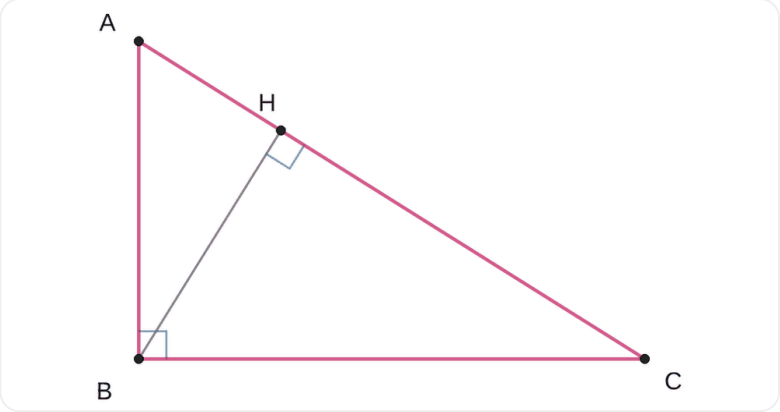
5 שני משולשים דומים. היקף הראשון 24 והיקף השני 36. שטח הראשון 32. מצאו את שטח השני.

6 במשולשים ABC ו-DEF: $\sphericalangle A=\sphericalangle D=50^\circ$, $\sphericalangle B=\sphericalangle E=70^\circ$. האם הם דומים? לפי איזה משפט?

7 במשולשים: $AB=6$, $BC=8$, $AC=10$ ו-$DE=9$, $EF=12$, $DF=15$. האם הם דומים? מה יחס הדמיון?

8 במשולשים ABC ו-DEF: $\frac{AB}{DE}=\frac{AC}{DF}=\frac{2}{3}$ ו-$\sphericalangle A=\sphericalangle D$. האם הם דומים?

9 במשולש ישר זווית ABC ($\sphericalangle B=90^\circ$) הגובה ליתר BH. הוכיחו ש-$\triangle ABH\sim\triangle ACB$.

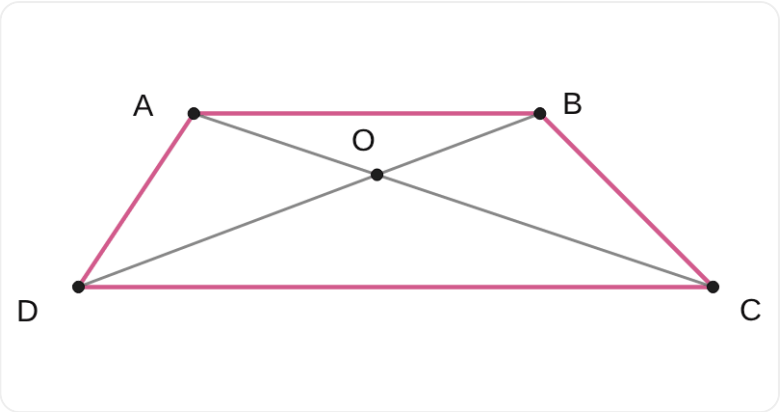


10 בהמשך: נתון $AB=6$ ו-$AC=10$. מצאו את AH ואת BH.

11 במשולש ABC הקטע $DE\parallel BC$, ו-$AD:DB=1:2$. שטח המשולש ADE הוא 5. מצאו את שטח ABC ואת שטח הטרפז $DBCE$.

12 במשולש ABC הקטע $DE\parallel BC$ מחלק את המשולש למשולש וטרפז בעלי שטחים שווים. מהו היחס $AD:AB$?

13 בטרפז $ABCD$ ($AB \parallel DC$) האלכסונים נחתכים ב-O. נתון $AB = 6$ ו-$DC = 11$. הוכיחו ש-$\triangle AOB \sim \triangle COD$ ומצאו את יחס השטחים שלהם.



14 בטרפז $ABCD$ ($AB \parallel DC$) $AB = 4$, $DC = 10$, ו-$AC = 21$ (האלכסונים נחתכים ב-O). מצאו את AO ואת OC.

15 בטרפז $ABCD$ ($AB \parallel DC$) שטח המשולש AOB הוא 8 ושטח COD הוא 18. מצאו את היחס $AB : DC$.

16 בתמונה מוקטנת ביחס $1 : 4$, שטח חדר הוא 1.5 מ"ר. מה שטח החדר במציאות?

17 עמוד באורך 2 מטר מטיל צל באורך 3 מטר. באותו זמן עץ מטיל צל של 12 מטר. מה גובה העץ?

18 במשולש ABC ($AB = 12$, $AC = 8$) הנקודה D על AB כך ש-$AD = 4$ והנקודה E על AC כך ש-$AE = 6$. הוכיחו ש-$\triangle ADE \sim \triangle ACB$ ומצאו את היחס.

19 בהמשך לתרגיל הקודם נתון $BC = 10$. מצאו את DE, ואת היחס בין שטח ADE לשטח ABC.

20 במשולש ABC ($\sphericalangle B = 90°$) BH גובה ליתר, $AH = 4$ ו-$HC = 9$. מצאו את BH.

21 בהמשך: מצאו את AB, את BC ואת שטח המשולש.

22 שני ריבועים: שטח האחד פי 9 משטח השני. מה היחס בין הצלעות? ובין ההיקפים?

23 משולש ABC דומה למשולש DEF ביחס k. הגובה לצלע BC הוא 6, והגובה המתאים לצלע EF הוא 9. מה k, ומה יחס השטחים?

24 במשולש ABC הנקודה D על AB והנקודה E על AC כך ש-$\sphericalangle ADE = \sphericalangle ACB$. נתון $AD = 5$, $AE = 4$, $AC = 10$. מצאו את AB.

25 במערכת צירים $O(0,0)$, $A(6,0)$, $B(0,4)$. הקטע CD מקביל ל-AB, $C(3,0)$ על ציר x ו-D על ציר y. מצאו את D ואת יחס השטחים בין $\triangle OCD$ ל-$\triangle OAB$.

26 במערכת צירים משולש ABC עם $A(0,0)$, $B(4,0)$, $C(0,3)$, ומשולש DEF עם $D(0,0)$, $E(8,0)$, $F(0,6)$. מה יחס הדמיון ומה יחס השטחים?

27 במקבילית $ABCD$ הנקודה E על DC, והישר AE חותך את המשך BC ב-F. מצאו שני משולשים דומים ונמקו.

28 בהמשך: נתון $AD = 9$, $DE = 6$, $EC = 4$. מצאו את CF.

29 במשולש ABC שטחו 50 מעבירים קטע $DE \parallel BC$ כך ש-$AD = \frac{3}{5}AB$. מצאו את שטח המשולש ADE.

30 שני משולשים שווי צלעות: צלע האחד 6 וצלע השני 9. מה יחס השטחים?

31 במשולש ABC, $DE \parallel BC$ ו-$AD = x$, $DB = x + 2$, $AE = 6$, $EC = 10$. מצאו את x.

32 שטח משולש ABC הוא 36. M אמצע AB ו-N אמצע AC. מה שטח המשולש AMN?

✔ תשובות סופיות – נושא 17.1

1	$DE=6$ – $\triangle ADE\sim\triangle ABC$ ביחס $4:10$
2	$4:25$ (ריבוע יחס הדמיון $2:5$)
3	75
4	$4:7$; 14
5	יחס דמיון $2:3$; 72
6	כן – ז.ז
7	כן (צ.צ.צ) ; $2:3$
8	כן – צ.ז.צ
9	זווית A משותפת ו-$\sphericalangle ABC=\sphericalangle AHB=90^\circ$ – ז.ז
10	$AH=3.6$; $BH=4.8$
11	45 ; 40
12	$1:\sqrt{2}$
13	זוויות מתחלפות שוות – ז.ז ; $36:121$
14	$AO=6$, $OC=15$
15	$2:3$
16	24 מ"ר
17	8 מטר
18	$\frac{AD}{AC}=\frac{AE}{AB}=\frac{1}{2}$ וזווית A משותפת – צ.ז.צ ; יחס $1:2$
19	$DE=5$; $1:4$
20	$BH=6$
21	$AB=2\sqrt{13}$, $BC=3\sqrt{13}$; שטח 39
22	$3:1$; $3:1$
23	$k=\frac{2}{3}$; $4:9$

24	$\triangle ADE \sim \triangle ACB$ (ז.ז) ; $AB = 8$
25	$1:4$; $D(0,2)$
26	$1:2$; $1:4$
27	$\triangle ADE \sim \triangle FCE$ (זוויות מתחלפות וקודקודיות – ז.ז)
28	$CF = 6$
29	18
30	$4:9$
31	$x = 3$
32	9 (יחס דמיון $1:2$)

פרק 17 סיכומון סוף פרק – דמיון משולשים ויחס שטחים

משפטי הדמיון

- ז.ז – שתי זוויות שוות.
- צ.ז.צ – שתי צלעות באותו יחס והזווית שביניהן שווה.
- צ.צ.צ – שלוש צלעות באותו יחס.

מה נשמר ביחס k

- צלעות, היקפים, גבהים, תיכונים – ביחס k.
- שטחים – ביחס k^2.

מצבים קלאסיים

- $DE \parallel BC \Longleftarrow \triangle ADE \sim \triangle ABC$.
- אלכסוני טרפז: $\triangle AOB \sim \triangle COD$ ביחס הבסיסים.
- גובה ליתר: שלושה משולשים דומים, $h^2 = AH \cdot HC$.

כתיבת יחס

- שומרים על סדר הקודקודים המתאימים.
- $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$.

יחס שטחים

- יחס דמיון $4:7$ $\Longleftarrow$ שטחים 16 ו-49 (שורש).
- טרפז $=$ משולש גדול פחות קטן.

⚠ טעויות נפוצות – שימו לב!

- לשכוח לרבע את יחס הדמיון כשמחשבים שטחים.
- להתאים צלעות לא נכונות – תמיד לפי הזוויות השוות.
- לקחת $DB : AD$ במקום $AB : AD$ כיחס הדמיון.

💡 **הטיפ של אילון:** סמנו בצבע אחד את הזוויות השוות בשני המשולשים, וכתבו את המשולשים באותו סדר קודקודים – אז היחסים כותבים את עצמם.